



СЕТЕВАЯ
ШКОЛА
НИЯУ МИФИ
www.school.mephi.ru



МИФИ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Лекция 6

Импульс. Закон сохранения импульса.
Кинетическая и потенциальная энергия.
Закон сохранения энергии.

Нурушева Марина Борисовна

старший преподаватель кафедры физики – 023 НИЯУ МИФИ

$\vec{P} = m\vec{v}$ - импульс тела

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \vec{F}t = \vec{P} - \vec{P}_0 \quad [Ft] = H \cdot c$$

$$\vec{F}t = \Delta\vec{P} \quad [P] = \frac{\kappa\mathcal{L} \cdot \mathcal{M}}{c}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t} \quad H \cdot c = \frac{\kappa\mathcal{L} \cdot \mathcal{M}}{c^2} \cdot c = \frac{\kappa\mathcal{L} \cdot \mathcal{M}}{c}$$

$$\vec{F}t = m\vec{v} - m\vec{v}_0$$

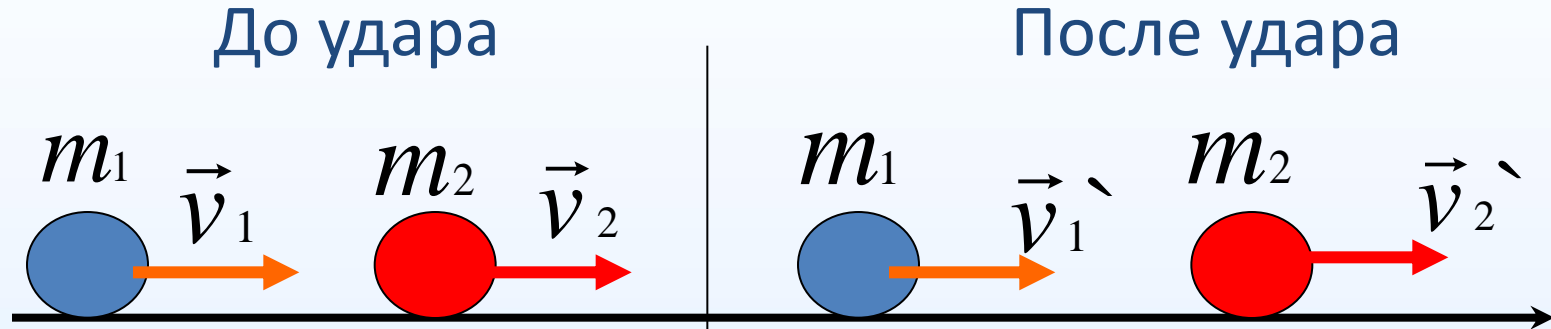
$$\vec{F}t = m\vec{v} - m\vec{v}_0$$

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

$$m_1\vec{v}_1 - m_1\vec{v}_{01} = -(m_2\vec{v}_2 - m_2\vec{v}_{02})$$

$$m_1\vec{v}_{01} + m_2\vec{v}_{02} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

$$\vec{P}_{01} + \vec{P}_{02} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$



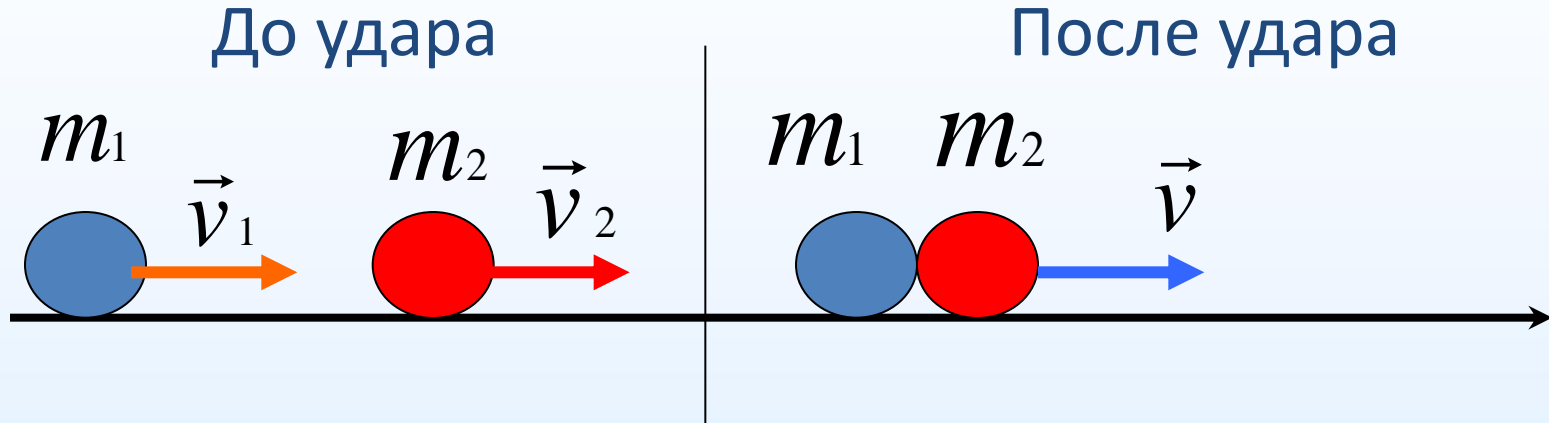
Закон сохранения импульса

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2'$$

Закон сохранения энергии

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}$$

Неупругий удар



Закон сохранения импульса

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}$$

Закон сохранения энергии

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} + Q$$

Тело массой $m = 100$ г падает свободно. Определите изменение импульса этого тела за первые две секунды падения.

Решение:

Свободно падая тело через 2 с приобретет скорость

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{gt} = \mathbf{gt}.$$

Изменение импульса равно

$$\Delta \mathbf{p} = m\mathbf{v} - m\mathbf{v}_0 = m\mathbf{v} = m\mathbf{gt}.$$

После вычислений

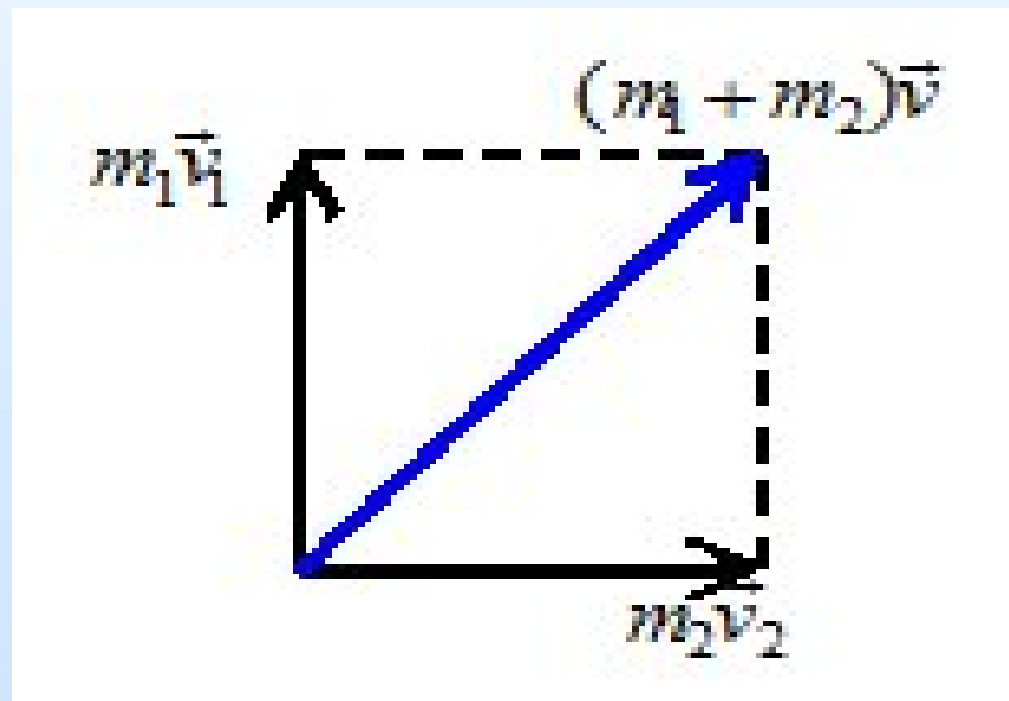
$$\Delta \mathbf{p} = 2 \text{ Н} \times \text{с}.$$

Ответ: $\Delta \mathbf{p} = 2 \text{ Н} \times \text{с}.$

Обратите внимание, что импульс – векторная величина, сначала надо найти проекцию вектора, а уж потом работать со скалярными величинами.

Задача №2

Плот массой m_1 свободно скользит по поверхности воды со скоростью v_1 . На плот с берега прыгает человек массы m_2 . Скорость человека перпендикулярна к скорости плота и равна v_2 . Определить скорость v плота с человеком. Силами трения плота о воду пренебречь.



Решение:

Так как внешних сил в момент прыжка нет, выполняется закон сохранения импульса.

$$[(m_1 + m_2)v]^2 = (m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2.$$

Откуда

$$v = (1/(m_1 + m_2)) \times \sqrt{\{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2\}}.$$

Эта скорость образует с первоначальным направлением движения плота угол α , причем $\operatorname{tg} \alpha = m_2 v_2 / (m_1 v_1)$.

$$\text{Ответ: } v = (1/(m_1 + m_2)) \times \sqrt{\{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2\}}.$$

Если тело или система тел могут совершить работу, то говорят, что они обладают энергией.

Энергия

кинетическая
(энергия движения)

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

$$[E] = \text{Дж}$$

потенциальная
(энергия взаимодействия)

тело поднято над
поверхностью
Земли

$$E_n = mgh$$

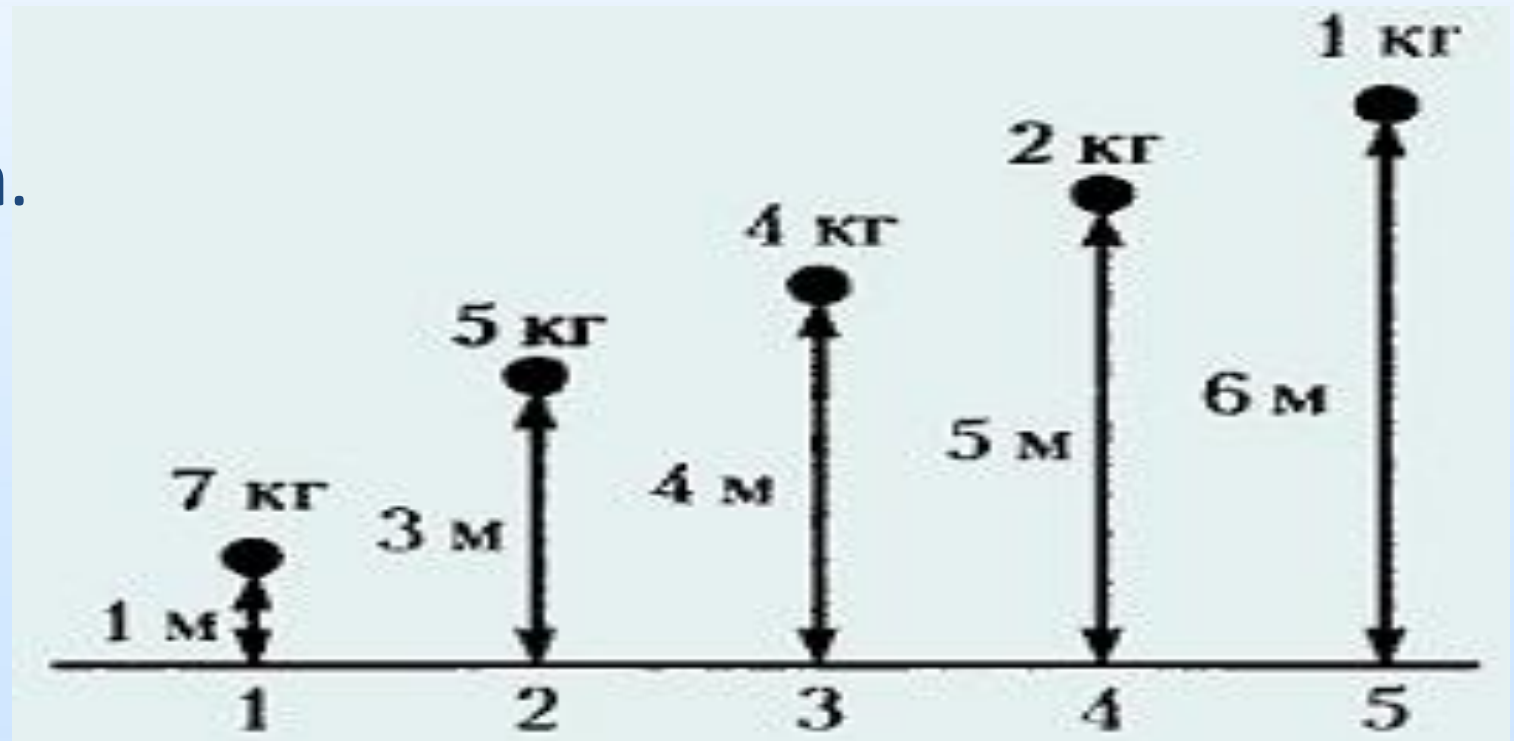
тело
деформировано

$$E_n = \frac{kx^2}{2}$$

Задача №3

Пять тел находятся на разных высотах над поверхностью Земли. Какое тело обладает наименьшей потенциальной энергией относительно поверхности Земли?

$$E_p = mgh.$$



Решение.

Нижнюю линию на рисунке (поверхность Земли) выбираем за нулевой уровень. Для определения потенциальной энергии относительно поверхности Земли воспользуемся формулой

$$E = mgh$$

После подстановки численных значений, находим минимальную потенциальную энергию относительно поверхности Земли для 5 случая:

$$E_p = 1 \times 10 \times 6 = 60 \text{ (Дж)}.$$

Правильный ответ 5.

Задача №4

Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью **20 м/с**. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить, на какой высоте **h** кинетическая энергия тела будет равна его потенциальной энергии.

Решение.

В качестве нулевого уровня выберем уровень связанный с начальным положением тела. Потенциальная энергия тела в момент бросания равна нулю, так как потенциальная энергия является функцией высоты, кинетическая энергия равна $mv^2/2$.

Задача №4

В интересующей нас точке кинетическая энергия тела будет равна его потенциальной энергии (по условию задачи)

$$E_k = E_p. (1)$$

Запишем закон сохранения механической энергии (сопротивление среды отсутствует)

$$mv^2/2 = E_k + E_p = E_p + E_p = 2E_p.$$

Здесь мы воспользовались (1)

Тогда $mv^2/2 = 2mgh$, или $v^2/(4g) = h$

После вычисления

$$h = 20^2/(4 \times 10) = 10 \text{ (м)}.$$

Ответ: на высоте **10 м** кинетическая энергия тела равна его потенциальной.

Два шарика висят, соприкасаясь на нитях. Правый шарик, массой $0,2$ кг отклоняют на угол 90° и отпускают без начальной скорости. Какой должна быть масса левого шарика, чтобы в результате абсолютно неупругого удара половина кинетической энергии правого шарика перешла в тепло?

Решение.

При отклонении правого шарика на угол 90° , относительно нижнего уровня его потенциальная энергия равна m_1gl . В нижней точке кинетическая энергия $m_1v_1^2/2$.

Закон сохранения импульса в проекции на направление скорости налетающего шарика

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2)v. \quad (1)$$

Воспользуемся законом сохранения энергии

$$m_1 v_1^2 / 2 = (m_1 + m_2)v^2 / 2 + Q, \quad (2)$$

где $Q = m_1 v_1^2 / 4$ потери энергии, по условию задачи.

Тогда (2) принимает вид

$$m_1 v_1^2 / 2 = (m_1 + m_2)v^2 / 2 + m_1 v_1^2 / 4, \text{ и}$$

$$m_1 v_1^2 / 4 = (m_1 + m_2)v^2 / 2. \quad (3)$$

Заменим из (1) скорость шариков после взаимодействия и подставим в (3)

$$m_1 v_1^2 / 4 = (m_1 + m_2)m_1^2 v_1^2 / (2((m_1 + m_2)^2)).$$

После упрощения и преобразования, получаем

$$m_2 = m_1 = 0,2 \text{ кг.}$$

На гладком горизонтальном столе лежат один за другим три шара одинакового радиуса, не касаясь друг друга: первый массой $2m$, второй массой m и третий массой $m/2$. Первому шару сообщают скорость 9 м/с , направленную по прямой, проходящей через центры всех трех шаров. Первый шар налетает на второй, а второй налетает на третий. Найдите скорость третьего шара после удара со вторым шаром. Все удары – абсолютно упругие.

Решение.

Для первого взаимодействия запишем закон сохранения импульса в проекции на направление движения шара массой $2m$

$$2mv_0 = 2mv_1 + mv_2. \quad (1)$$

При абсолютно упругом ударе выполняется закон сохранения кинетической энергии

$$2mv_0^2/2 = 2mv_1^2/2 + mv_2^2/2. \quad (2)$$

Решаем совместно (1) и (2), для этого перепишем эти уравнения

$$2(v_0 - v_1) = v_2 \quad 2(v_0^2 - v_1^2) = v_2^2.$$

Задача №6

Разделив соответствующие части уравнений, получим

$$\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2 \text{ или } \mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_0. \quad (3)$$

Сделаем замену (3) в (1) и находим, что после абсолютно упругого взаимодействия скорость шара массой m будет равна $\mathbf{v}_2 = (4/3)\mathbf{v}_0$.

Нетрудно доказать, что при взаимодействии шаров массой m и $m/2$ скорость после аналогичного взаимодействия, также будет $\mathbf{v}_3 = (4/3)\mathbf{v}_2$.

Следовательно, искомая скорость шара массой $m/2$

$$\mathbf{v}_3 = (4/3)^2 \mathbf{v}_0.$$

После вычисления

$$\mathbf{v}_3 = (4/3)^2 \cdot 9 = 16 \text{ (м/с)}.$$

Определите, какую минимальную скорость надо сообщить находящемуся на поверхности Земли телу для того, чтобы оно ушло из сферы действия гравитационного поля Земли.

Решение.

Искомую скорость называют второй космической скоростью v_{2k} . Для определения модуля v_{2k} воспользуемся законом сохранения энергии.

Сразу после запуска, у поверхности Земли, кинетическая энергия тела равна $mv_{2k}^2/2$, а его потенциальная энергия равна $-GmM_3/R_3$. Полная механическая энергия $E = mv_{2k}^2/2 - GmM_3/R_3$.

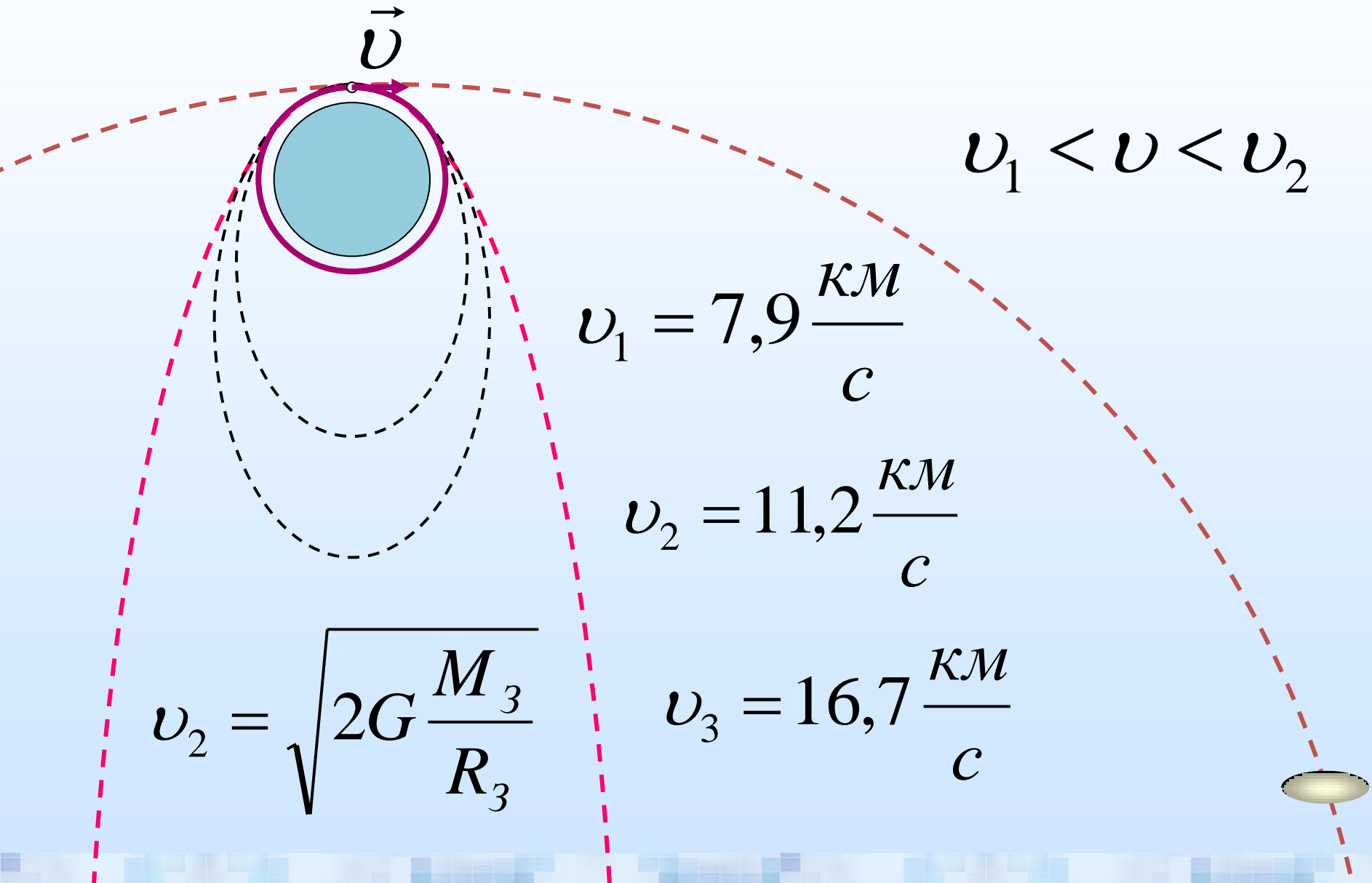
Когда тело уйдет за пределы действия поля тяготения Земли (удалится от Земли на бесконечно большое расстояние), потенциальная энергия тела станет равной нулю. Так как мы ищем минимальную начальную скорость тела то, очевидно, что при этом кинетическая энергия тоже обратится в нуль. Поскольку полная энергия тела не изменяется, получаем

$$E = mv_{2k}^2/2 - GmM_3/R_3 = 0.$$

Отсюда

$$v_{2k} = \sqrt{2GM_3/R_3} = \sqrt{2gR_3} \approx 11,2 \text{ км/с},$$

где $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения у поверхности Земли.



Спасибо за внимание