Федеральное агентство по образованию

Национальный исследовательский
ядерный университет «МИФИ»

Ю.Н. Громов

Молекулярная физика и термодинамика

В помощь учащимся 10 – 11 классов

Москва 2010

УДК 53.2(07)+536(07)
ББК 22.37я7+22.317я7
Г 87

Громов Ю.Н. **Молекулярная физика и термодинамика.** *В помощь учащимся 10 – 11 классов*. М: НИЯУ МИФИ, 2010. 100 с.

Дано систематизированное изложение основного содержания школьного курса физики по разделу "Молекулярная физика и термодинамика" в соответствии с требованиями образовательного стандарта для профильных классов общеобразовательных школ.

В главе 2 "Основы термодинамики" помимо школьного курса изложен дополнительный материал, требующий минимальных знаний основ дифференциального и интегрального исчисления, которые даются в школе в старших классах. Этот материал набран мелким шрифтом.

В пособии подробно рассмотрены решения 45 примеров, которые содержат как элементарные задачи, так и нестандартные. Приведены 113 задач различной степени сложности для самостоятельного решения, которые снабжены ответами и указаниями.

Предназначено для углубленного изучения физики. Работа с данным пособием поможет подготовиться к участию в олимпиадах и поступлению в НИЯУ МИФИ и физико-математические лицеи при НИЯУ МИФИ, а также может быть использовано слушателями всех форм подготовительного обучения и студентами младших курсов.

Рецензент канд. техн. наук, доц. С.Н. Борисов

Рекомендовано редсоветом НИЯУ МИФИ
в качестве учебно-методического пособия

ISBN 978-5-7262-1258-6

Редактор М.В. Макарова

Подписано в печать 17.02.2010. Формат 60х84 1/16.
Уч.-изд.л. 6,25. Печ.л. 6,25. Тираж экз.
Изд. № 087-1. Заказ №

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ».
Типография НИЯУ МИФИ.
115409, Москва, Каширское ш., 31

Оглавление

Введение

Молекулярная физика и термодинамика представляют собой разделы физики, изучающие процессы в системах, содержащих огромное число частиц − атомов и молекул. Такие системы называются *термодинамическими*. К таким системам относятся некоторый объем газа или жидкости. К ним относятся также твердые тела, если, в отличие от модели абсолютно твердого тела, учитывать движение атомов и молекул, из которых состоит данное тело.

Для характеристики термодинамических систем вводят параметры состояния системы. Обычно в качестве параметров состояния системы выбирают температуру, давление и занимаемый объем. Параметры состояния взаимосвязаны между собой, и эти связи могут быть обнаружены экспериментально. Так для газообразных систем были открыты законы Бойля − Мариотта, Гей-Люссака, Дальтона и др.

Для теоретического обоснования экспериментальных результатов, используют следующие молекулярно-кинетические представления.

1. Вещество состоит из огромного количества частиц − атомов и молекул.

2. Частицы находятся в беспрерывном, хаотическом (тепловом) движении.

3. Интенсивность движения частиц зависит от температуры.

4. Энергия E любого тела, находящегося в газообразном, жидком или твердом состоянии, равна:

$$E = E_{кин} + E_{пот} + U ,$$

где $E_{кин}$ и $E_{пот}$ − кинетическая и потенциальная энергия системы как целого; U − внутренняя энергия, связанная непосредственно с атомами и молекулами вещества.

Молекулярно-кинетическая теория ставит своей целью истолковать свойства систем как суммарный результат действия молекул.

Казалось бы, что, для решения поставленной задачи, достаточно воспользоваться законами механики, и применить их к описанию поведения взаимодействующих частиц. Однако этого сделать нельзя по следующим причинам.

1. Поскольку количество взаимодействующих частиц чрезвычайно велико (более чем 10^{20}), невозможно проанализировать такое огромное число уравнений даже с помощью современной компьютерной техники.

2. Нам ничего не известно о начальных условиях движения частиц и опыт показывает, что поведение систем не зависит от того, каким образом система оказалось в данном состоянии. Значения параметров состояния (давление, температура), например, некоторого объема газа не содержат никакой информации о том, в каком состоянии находился газ раньше.

3. Опыт показывает, что изменение количества взаимодействующих частиц на величину порядка 10^{10} не оказывает существенного влияния на поведение системы в целом.

Все это говорит о том, что поведением систем, содержащих огромное число частиц, управляют не законы механики, а *вероятностные закономерности.*

Скажем, Вы бросаете игральный кубик, и выпадает 4. Из этого факта Вы не сможете сделать никаких выводов. Если Вы будете бросать кубик тысячи раз и записывать полученную последовательность цифр, то Вы обнаружите закономерность – каждая цифра в *среднем* выпадает приблизительно в одной шестой части всех бросаний. Аналогичные закономерности и проявляются в поведении атомов. Мы можем говорить о вероятности того, что молекула имеет определенный модуль скорости, о *средних* значениях скорости или механической энергии молекулы.

Столкновения и взаимодействия атомов случайны, и поэтому должны описываться вероятностными закономерностями. Слово «случайность» у нас ассоциируется со словом «неопределенность», и это не совсем точно. За обилием случайностей скрыты вероятностные законы. Для изучения этих закономерностей используются статистические методы (статистическая физика).

Статистические методы оказались настолько действенны, что позволили определить физическую сущность тепловой энергии, температуры и других понятий и законов, с которыми познакомимся далее.

Глава 1

Основы молекулярной физики

§ 1. Законы идеальных газов

Молекулярная физика представляет собой раздел физики, изучающий строение и свойства веществ.

Простейшим объектом исследований в молекулярной физике являются идеальные газы. С точки зрения молекулярно-кинетической теории *идеальные газы* – такие газы, молекулы которых занимают объем, пренебрежимо малый по сравнению с объемом сосуда, а полная механическая энергия молекул определяется только их поступательным, вращательным и колебательным движением. В этом случае потенциальной энергией взаимодействия молекул пренебрегают.

Газы можно считать идеальными при плотностях, соответствующих давлениям менее 10 атм.

Действительно, при этих условиях концентрация n молекул газа составляет величину, приблизительно равную 10^{25} м$^{-3}$, а среднее расстояние r между молекулами равно $r = \sqrt[3]{\dfrac{1\ \text{м}^3}{n}} \cong 10^{-8}$ м. При этих расстояниях силами притяжения между молекулами можно пренебречь. Суммарный собственный объем молекул $V_\text{м}$, содержащихся в 1 м^3 равен: $V_\text{м} = n \cdot \dfrac{4}{3}\left(\dfrac{d}{2}\right)^3 \cong 10^{-5}\ \text{м}^3 << 1\ \text{м}^3$, где d – диаметр молекулы. Следовательно, собственным объемом молекул можно также пренебречь.

На основе экспериментов с идеальными газами были установлены некоторые законы, связывающие параметры состояния газа в определенных условиях. Эти три закона (закон Бойля – Мариотта, Гей-Люссака и Шарля) объединяются уравнением Менделеева – Клапейрона:

$$PV = \frac{m}{\mu} RT. \qquad (1.1)$$

В этом уравнении:

P – давление внутри газа, которое практически равно давлению газа на стенки сосуда;

V – объем, свободный для движения молекул газа, который равен приблизительно объему сосуда;

T – абсолютная температура газа;

m – масса молекул газа;

μ – молярная масса газа;

R – универсальная газовая постоянная, равная $8{,}31\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$.

Из этого уравнения следует, что состояние данной массы газа характеризуется тремя параметрами состояния – давлением, объемом и температурой.

Если зафиксировать какой-либо из параметров, то из уравнения (1.1) вытекают все законы идеальных газов.

Изотермический процесс (закон Бойля – Мариотта): $T = \text{const}$ –

$$PV = \text{const}. \qquad (1.2)$$

Изобарический процесс (закон Гей-Люссака): $P = \text{const}$ –

$$\frac{V}{T} = \text{const}. \qquad (1.3)$$

Изохорический процесс (закон Шарля): $V = \text{const}$ –

$$\frac{P}{T} = \text{const}. \qquad (1.4)$$

Практически вся масса атома сосредоточена в его ядре, которое состоит из протонов и нейтронов. И протоны, и нейтроны, массы которых приблизительно равны, называются *нуклонами* (от английского слова *nucleus* – ядро). За единицу массы в ядерной физике принята одна двенадцатая массы ядра атома углерода ^{12}C, в котором содержится 12 нуклонов (шесть протонов и шесть нейтронов). Эту единицу называют *атомной единицей массы* (1 а.е.м.) и она равна:

$$1\ \text{а.е.м} \cong 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{кг}\,.$$

Тогда масса атома $m_\text{а}$ или масса молекулы $m_\text{м}$ будет равна:

$$m_\text{а} = A \cdot 1\ \text{а.е.м.}; \qquad m_\text{м} = M \cdot 1\ \text{а.е.м.}\,,$$

где A и M называются *относительной атомной и молекулярной массой* соответственно. Это безразмерные величины, равные приблизительно числу нуклонов в ядре атома или молекулы. Значения относительных атомных масс (массовое число) для всех атомов даны в периодической таблице Д.И. Менделеева.

Количество вещества можно определять по количеству штук молекул. Можно сказать, что взяли одинаковое количество различных веществ, если возьмем равное количество их молекул. В этом случае количество вещества будет измеряться в молях (по количеству молекул). Поскольку массы различных атомов отличаются, то и массы молей различных веществ будут иметь разное значение. Следовательно, необходимо составить соответствующую таблицу молярных масс.

Для этого было решено использовать уже готовую таблицу – периодическую систему элементов Д.И. Менделеева. Поскольку масса моля пропорциональна массе атома и, соответственно, атомной массе, которая указана в периодической таблице, то за массу одного моля принята величина, численно равная относительной атомной массе, выраженной в граммах. В единицах СИ молярная масса равна относительной атомной A или молекулярной M массе, умноженной на 10^{-3} кг/моль:

$$\mu = A \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}\,. \tag{1.5}$$

Например, $\mu_\text{H} = 1\ \text{г/моль} = 10^{-3}\ \text{кг/моль}$ – молярная масса атомарного водорода; $\mu_{\text{H}_2} = 2\,\text{г/моль} = 2 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}$ – молярная масса молекулярного водорода; $\mu_{\text{H}_2\text{O}} = 18\,\text{г/моль} = 18 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}$ – молярная масса воды.

При таком выборе молярных масс можно определить количество атомов или молекул в одном моле. Это число $N_А$ называется *числом Авогадро*.

$$N_А = \frac{\text{масса моля}}{\text{масса атома}} = \frac{\mu}{m_а} = \frac{A \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}}{A \cdot 1 \text{ а.е.м.}} = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Таким образом, одним *молем* называется такое количество вещества, в котором содержится число структурных элементов, равное числу Авогадро $N_А$. Понятие моля относится к числу структурных элементов, которые всегда должны быть указаны. Например, допустим, что некоторый кристалл поваренной соли содержит 1 моль молекул NaCl. Тот же кристалл также содержит 1 моль ионов Na и 1 моль ионов Cl.

Количество молей ν вещества равно отношению массы m вещества к его молярной массе μ:

$$\nu = \frac{m}{\mu}. \qquad (1.6)$$

Зная число Авогадро $N_А$, можно определить количество молекул N произвольной массы газа m:

$$N = N_А \cdot \nu = N_А \cdot \frac{m}{\mu}. \qquad (1.7)$$

Для успешного решения задач по данному разделу необходимо хорошее знание приведенных выше определений.

Параметры состояния идеального газа (давление газа – P, его объем – V, температура – T, плотность – $\rho = \frac{m}{V}$) связаны уравнением Менделеева – Клапейрона (1.1).

Записывая условие задачи, переводите все данные физические величины в единицы СИ:

давление газа P в Па (1 мм. рт. столба = 0,13 кПа; 1 атм = 10^5 Па);

объем газа V в м^3 (1 см^3 = 10^{-6} м^3; 1л = 10^{-3} м^3);

массу газа m в кг;

молярную массу μ газа в кг/моль;

температуру газа T в К ($T = t + 273$); где T – абсолютная температура в кельвинах (К), t – температура по шкале Цельсия (°С).

Примеры

Пример 1.1. Оценить размер молекулы воды d. Молярную массу и плотность воды считать известными.

Дано: плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3, молярная масса молекул воды $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; d = ?

Решение. Число молей в объеме V воды равно $\nu = m/\mu = \rho V/\mu$. Значит на одну молекулу воды приходится объем $V_м = V/N = V/(\nu N_A) = \mu/(\rho N_A)$, где N – число молекул.

Поскольку в конденсированном состоянии молекулы упакованы плотно, диаметр молекулы можно оценить по размеру d ребра кубической ячейки, которую она занимает:

$$d \approx (V_м)^{1/3} = \left(\frac{\mu}{\rho N_A}\right)^{1/3} \approx 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

Пример 1.2. Плотность неизвестного газа $\rho = 0{,}09$ кг/м^3. При этом в объеме $V = 0{,}1$ м^3 содержится $N = 2{,}7 \cdot 10^{24}$ молекул. Определить его молярную массу. Какой это газ?

Дано: $\rho = 0{,}09$ кг/м^3, $V = 0{,}1$ м^3, $N = 2{,}7 \cdot 10^{24}$; μ = ?

Решение. Значение молярной массы газа получим, используя выражение (1.6) для числа молекул газа: $\mu = m\dfrac{N_A}{N}$.

Масса газа m связана с занимаемым объемом и плотностью соотношением: $m = \rho V$. Окончательно получим:

$$\mu = m\frac{N_A}{N} = \rho V\frac{N_A}{N} = \frac{9 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}1 \cdot 6 \cdot 10^{23}}{2{,}7 \cdot 10^{24}} = 2 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}.$$

Наименьшая молярная масса у атомарного водорода $\mu_H = 10^{-3}$ кг/моль. Следовательно, неизвестный газ может содержать только два атома водорода. Это молекулярный водород H_2.

Пример 1.3. Если пометить все молекулы в одном стакане воды и вылить эту воду в Мировой океан, а потом после перемешивания вновь зачерпнуть стакан воды, то сколько в нем будет меченых молекул? Объем воды Мирового океана $V_1 = 1{,}31 \cdot 10^{18}$ м^3, объем стакана $V = 200$ см^3.

Дано: $V_1 = 1{,}31 \cdot 10^{18}$ м^3, $V = 200$ см^3 ($2 \cdot 10^{-4}$ м^3); N = ?

Решение. Согласно (1.7) количество меченых молекул в стакане воды будет равно:

$$N_0 = N_A \cdot \frac{m}{\mu} = N_A \frac{\rho V}{\mu} = 6 \cdot 10^{23} \frac{10^3 \cdot 200 \cdot 10^{-6}}{18 \cdot 10^{-3}} = 6{,}7 \cdot 10^{24}.$$

Если это количество молекул растворить в Мировом океане, то их концентрация составит величину, равную: $n = \dfrac{N_0}{V_1} = \dfrac{6{,}7 \cdot 10^{24}}{1{,}31 \cdot 10^{18}} = 5{,}1 \cdot 10^6 \dfrac{1}{\text{м}^3}$. В этом случае, если зачерпнуть стакан воды из океана, то в нем окажется количество меченых молекул, равное: $N_\text{м} = nV = 5{,}1 \cdot 10^6 \cdot 200 \cdot 10^{-6} \cong 10^3$.

Пример 1.4. Современные вакуумные насосы позволяют понижать давление до $P = 10^{-15}$ атм. Сколько молекул газа содержится в объеме $V = 1$ см^3 при этом давлении и температуре $t = 27$ °C?

Дано: $P = 10^{-15}$ атм (10^{-10} Па), $V = 1$ см^3 (10^{-6} м^3), $t = 27$ °C (300 К); N = ?

Решение. Количество молекул газа N определим из соотношения (1.7), а количество молей газа $\left(\dfrac{m}{\mu}\right)$ определим из уравнения Менделеева – Клапейрона (1.1): $\dfrac{m}{\mu} = \dfrac{PV}{RT}$. Окончательно получим:

$$N = N_A \frac{PV}{RT} = 6 \cdot 10^{23} \frac{10^{-10} \cdot 10^{-6}}{8{,}3 \cdot 300} = 2{,}4 \cdot 10^4.$$

Пример 1.5. Газ находится в сосуде при давлении $P_1 = 2$ МПа и температуре $t_1 = 27$ °C. После нагревания на $\Delta T = 50$ К в сосуде осталась только половина массы газа. Определить установившееся давление.

Дано: $P_1 = 2$ МПа ($2 \cdot 10^6$ Па), $t = 27$ °C ($T = 300$ К), $m_2 = 0{,}5 m_1$. P = ?

Решение. Задачи подобного типа решаются следующим образом. Сначала записывается уравнение состояния идеального газа (1.1) при начальных условиях:

$$P_1V_1 = \frac{m_1}{\mu}RT_1. \qquad (1.8)$$

Затем, внимательно читая условие задачи, записывают уравнение состояния идеального газа в конечном состоянии. При этом если по условию задачи параметр состояния не изменился, оставляют то же самое обозначение. Если параметр состояния изменился, то его обозначают новым символом, или, если возможно, связывают с прежним параметром по условию задачи.

Например, в нашей задаче после нагрева газа и его утечки изменятся давление P, температура T газа и его масса m. Тогда уравнение состояния идеального газа в конечном состоянии примет вид:

$$P_2V_1 = \frac{m_1/2}{\mu}R(T_1 + \Delta T). \qquad (1.9)$$

Поделив первое уравнение (1.8) на (1.9), получим:

$$\frac{P_1}{P_2} = 2\frac{T_1}{T_1 + \Delta T}.$$

Из этого уравнения выразим давление P_2:

$$P_2 = P_1\frac{T_1 + \Delta T}{2T_1} = 1{,}167\ \text{МПа}.$$

Пример 1.6. Воздушный шар сферической формы наполняется из горелки горячим воздухом при температуре $t_г = 127\,°\text{C}$. Оболочка шара сделана из ткани, поверхностная плотность σ которой (масса единицы площади) равна 0,1 кг/м^2. При каком минимальном радиусе $r_{\min}$ шар без горелки начнет подниматься в воздух? Давление окружающего воздуха $P = 10^5$ Па, а его температура $t_0 = 27\,°\text{C}$? Молярную массу μ воздуха принять равной $29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Дано: $t_г = 127\,°\text{C}$ (T = 400 К), σ = 0,1 кг/м^2, $P = 10^5$ Па, $t_0 = 27\,°\text{C}$ (300 К); $r_{min} = ?$

Решение. На шар действуют три силы (рис. 1.1): $\mathbf{F}_{\text{Арх}}$ – сила Архимеда, равная по модулю m_0g, где m_0 – масса воздуха, вытесненного шаром; $M\mathbf{g}$ – сила тяжести оболочки шара массы M; $m_{г}\mathbf{g}$ – сила тяжести горячего воздуха массы $m_{г}$ внутри шара.

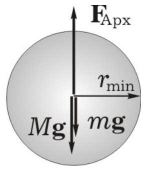


Рис 1.1

Шар сможет подниматься в воздух, если сила Архимеда $F_{\text{Арх}}$ будет равна или больше суммы сил Mg и mg:

$$F_{\text{Арх}} = m_0 g \geq Mg + mg\,.$$

Для вычисления силы Архимеда выразим массу m_0 из уравнения Менделеева – Клапейрона (1.1):

$$m_0 = \frac{PV_{ш}}{RT_0} = \frac{P4\pi r_{\min}^3}{3RT_0}\,.$$

В этом выражении: $V_{ш} = \frac{4\pi r_{\min}^3}{3}$ – объем шара; $T_0 = t_0 + 273$ – температура окружающего воздуха, К.

Массу горячего воздуха внутри шара m вычислим, также используя уравнение (1.1): $m = \frac{PV_{ш}}{RT_{г}} = \frac{P4\pi r_{\min}^3}{3RT_{г}}$. Здесь $T_{г} = t_{г} + 273$ – температура горячего воздуха, К.

Масса оболочки шара M будет равна произведению поверхностной плотности ткани σ на площадь поверхности шара: $M = \sigma S_{ш} = \sigma 4\pi r_{\min}^2$.

Подставив значения всех масс в исходное уравнение, получим:

$$\frac{P4\pi r_{\min}^3}{3RT_0}g \geq \sigma 4\pi r_{\min}^2 g + \frac{P4\pi r_{\min}^3}{3RT_{г}}g\,.$$

Отсюда следует: $r_{\min} \geq \frac{3\sigma R\cdot T_0\cdot T_{г}}{P\cdot\mu\cdot\left(T_{г}-T_0\right)} \cong 1\,\text{м}\,.$

Ответьте самостоятельно на вопрос: каков должен быть радиус шара $R_ш$, чтобы поднять полезный груз массой 200 кг, если масса горелки с топливом равна 50 кг?

Ответ. $R_ш \cong 6{,}2\,\text{м}$.

Пример 1.7. Стеклянную трубку с двумя открытыми концами длиной $l = 1$ м наполовину погружают в ртуть. Затем верхний конец герметично закрывают и трубку медленно вынимают из ртути. Какова высота столбика ртути, оставшегося в трубке, если внешнее давление равно $P = 750$ мм рт. ст.?

Дано: $l = 1$ м, $P = 750$ мм рт. ст. ($0{,}975 \cdot 10^5$ Па); $H = ?$

Решение. Процесс расширения воздуха в трубке при вытекании ртути считаем изотермическим.

Вытекание прекратится, когда суммарное давление воздуха в трубке и оставшегося столбика ртути высотой H будет равно внешнему давлению:

$$P = P_{возд} + \rho g H, \tag{1.10}$$

где ρ – плотность ртути; g – ускорение свободного падения.

Давление воздуха в трубке $P_{возд}$ находим из уравнения состояния идеального газа:

$$PV = PSl/2 = \nu RT = P_{возд}\, S(l - H), \tag{1.11}$$

где V – первоначальный объем воздуха в трубке; l – длина трубки; S – площадь сечения трубки.

Находя $P_{возд}$ из уравнения (1.11) и подставляя это значение в (1.11), получим:

$$P = \frac{Pl}{2(l - H)} + \rho g H.$$

После преобразований получаем квадратное уравнение для H:

$$H^2 - \left(\frac{P}{\rho g} + l\right)H + \frac{Pl}{2\rho g} = 0.$$

Физический смысл имеет только один корень:

$$H = \frac{P}{2\rho g} + \frac{l}{2} - \sqrt{\left(\frac{P}{2\rho g}\right)^2 + \frac{l^2}{4}} = 0{,}25\,\text{м}.$$

Задачи*

1.1^{A}. Какое количество молекул содержится в m = 10 г водорода?

Ответ. $N = \frac{m}{\mu} N_A = 3{,}01 \cdot 10^{24}$.

1.2^{A}. Какое количество вещества содержится в кислороде массой m = 48 г, если треть его молекул находится в диссоциированном состоянии?

Ответ. $\nu = \frac{2m}{3\mu} + \frac{m}{3\mu} = 2$ моля.

1.3^{A}. Сколько молекул газа находится в сосуде объемом V = 480 см^3 при температуре t = 20 °С и давлении P = = 250 кПа?

Ответ. $N = \frac{PV}{kT} = 3 \cdot 10^{21}$.

1.4^{A}. При температуре T = 309 К и давлении P = = 0,7 МПа плотность газа ρ = 12 кг/м^3. Определить молярную массу газа.

Ответ. $\mu = \frac{\rho RT}{P} = 44 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

1.5^{B}. Подсчитать число молекул, содержащееся в углекислом газе массой m = 100 г. Найти массу молекулы и концентрацию молекул при нормальных условиях. Плотность углекислого газа при нормальных условиях ρ = 1,94 кг/м^3.

Ответ.

$$N = \frac{m}{\mu} N_A = 1{,}37 \cdot 10^{24}; \quad m_0 \approx 7{,}3 \cdot 10^{-26} \text{ кг};$$

$$n = \frac{\rho}{\mu} N_A = 2{,}7 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

---

* Звездочкой (*) отмечены задачи, требующие для успешного решения не только уверенного знания школьного курса физики и математики, но и смекалки. Подобные задачи предлагаются на физических олимпиадах. Символами *A*, *B* и *C* отмечены задачи, примерно соответствующие по уровню сложности задачам, предлагаемым в частях единого государственного экзамена по физике.

1.6^{B}. Вычислить плотность водорода, если известно, что число его молекул N в сосуде вдвое больше числа Авогадро $N_{\text{А}}$, а объем сосуда V = 40 л.

Ответ. $\rho = \dfrac{2\mu}{V} = 0{,}1$ кг/м^3.

1.7^{B}. Оценить концентрацию свободных электронов в натрии, полагая, что на один атом приходится один свободный электрон. Плотность натрия ρ = 970 кг/м^3.

Указание: вычислить массу атома натрия, исходя из определения числа Авогадро (см. с. 6).

Ответ. $n_0 = \dfrac{\rho}{\mu} N_{\text{А}} = 2{,}5 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$.

1.8^{B}. Газ плотностью ρ = 5,95 кг/м^3 находится при температуре t = 0 °С. Найти давление газа и молярную массу, если масса молекулы $m_0 = 7{,}3 \cdot 10^{-26}$ кг. Какой это газ?

Ответ.

$$P = \frac{\rho k T}{m_0} \approx 3{,}1 \cdot 10^5 \text{ Па}; \ \mu = m_0 N_{\text{А}} = 44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}; \ CO_2.$$

1.9^{B}. В баллоне емкостью V = 12 л находится азот массой m = 1,5 кг при температуре t_1 = 37 °С. Каким станет давление в баллоне при температуре t_2 = 50 °С, если выпустить η = 35% азота? Найти начальное давление азота.

Указание: см. пример 1.5.

Ответ.

$$P_1 = \frac{m_1 R T_1}{\mu V} = 1{,}1 \cdot 10^7 \text{ Па}; \quad P_2 = \frac{(1-\eta) m_1 R T_2}{\mu V} = 1{,}1 \cdot 10^7 \text{ Па}.$$

1.10^{B}. В баллоне объемом V =10 л находится газ при температуре t = 27 °С. Вследствие утечки газа давление снизилось на P = 4,2 кПа. Сколько молекул вышло из баллона?

Ответ. $N = \dfrac{PV}{kT} = 10^{22}$.

1.11^{B}. До какой температуры T_2 при постоянном давлении $P = 10^5$ Па надо нагреть кислород, чтобы его плотность стала равна плотности водорода при том же давлении и температуре T_1= 200 К?

Указание: вычислить плотность газа из уравнения Менделеева − Клапейрона.

Ответ. $T_1 = T_2 \dfrac{\mu_{O_2}}{\mu_{H_2}} = 3200\,\text{К}$.

1.12^{B}. При температуре t = 27 °С и давлении P = = 4,155·10^6 Па плотность газа ρ = 2,833 кг/м^3. Известно, что молекулы этого газа представляют собой соединение атомов азота N_7^{14} и водорода H_1^1. Определить молекулярную формулу этого соединения.

Ответ. $\mu = \dfrac{\rho RT}{P} = 17 \cdot 10^{-3}$ кг/моль , NH_3.

1.13^{B}. Один моль гелия находится при температуре T_1 = = 300 К в вертикальном закрытом теплоизолированном цилиндре с поршнем массой m_1 = 2 кг и диаметром d = 10 см. На поршень ставят гирю массой m_2 = 3 кг. При этом поршень опускается на h = 5 см. Определить установившуюся температуру T_2 газа, если атмосферное давление P = = 10^5 Па.

Указание: записать уравнение Менделеева − Клапейрона для начального и конечного состояний газа и решить систему уравнений.

Ответ.

$$T_2 = \left[\frac{P\pi d^2}{4} + g(m_1 + m_2)\right] \cdot \left[\frac{4T_1}{P\pi d^2 + 4m_1 g} - \frac{h}{R}\right] = 314\,\text{К}.$$

1.14^{B}. На какой глубине пузырьки воздуха имеют диаметр вдвое меньший, чем у поверхности воды, если барометрическое давление на уровне воды равно 10^5 Па? Поверхностное натяжение не учитывать. Температуру воды считать постоянной.

См. указание к задаче 1.13.

Ответ. 72,3 м.

1.15^{B}. Узкая трубка, закрытая с одного конца, содержит воздух, отделенный от наружного воздуха столбиком ртути.

Когда трубка обращена закрытым концом кверху, воздух внутри нее занимает длину l_1, если же трубку перевернуть кверху открытым концом, воздух внутри нее займет длину l_2. Определить атмосферное давление, если длина ртутного столбика в трубке h.

См. указание к задаче 1.13.

Ответ. $P_A = \rho g h \dfrac{l_1 + l_2}{l_1 - l_2}$.

1.16^B. В баллоне находилось некоторое количество газа при нормальном атмосферном давлении. При открытом вентиле баллон был нагрет, после чего вентиль закрыли, и газ остыл до температуры 10 °C. При этом давление в баллоне упало до 0,7 атм. На сколько градусов нагревали баллон?

См. указание к задаче 1.13.

Ответ. ≈ 122 K.

1.17^B. Давление воздуха внутри плотно закупоренной бутылки при температуре 7 °C было равно 1 атм. На сколько градусов нужно нагреть бутылку, чтобы из нее вылетела пробка, если известно, что из холодной бутылки без нагревания пробку можно вынуть силой 50 Н? Сечение пробки 4 см^2.

См. указание к задаче 1.13.

Ответ. 70 K.

1.18^B. При аэродинамическом торможении в атмосфере планеты температура внутри автоматического спускаемого аппарата увеличилась от температуры t_1 = 20 °C до температуры t_2 = 80 °C. Какую часть воздуха необходимо выпустить, чтобы давление внутри аппарата не изменилось?

См. указание к задаче 1.13.

Ответ. $\eta = 1 - \dfrac{m_{\text{кон}}}{m_{\text{нач}}} = 1 - \dfrac{T_1}{T_2} = 0{,}17$.

1.19^B. Стеклянная колба закрыта пробкой и взвешена при температуре t_1 = 15 °C. Открыв пробку, колбу нагрели до температуры t_2 = 80 °C. При следующем взвешивании масса колбы оказалась на m = 0,25 г меньше. Чему равен объем колбы? Давление P в колбе считать постоянным и равным 10^5 Па.

См. указание к задаче 1.13.

Ответ. $V = \dfrac{m}{\mu}\dfrac{RT_2T_1}{P(T_2 - T_1)} = 1{,}12\,\text{л}$.

1.20^{B}. В баллоне, объем которого V = 10 л, находится гелий под давлением $P_1 = 10^5$ Па при температуре t_1 = 27 °С. После того как из баллона был взят гелий массой m = 10 г, давление в баллоне понизилось до $P_2 = 0{,}9\cdot10^5$ Па. Определить температуру гелия, оставшегося в баллоне.

См. указание к задаче 1.13.

Ответ. $T_2 = \dfrac{P_2V\mu T_1}{P_1V\mu - mRT_1} = 474\,\text{К}$.

1.21^{B}. Когда из сосуда выпустили некоторое количество газа, давление в нем упало на η_1 = 40%. а абсолютная температура на η_2 = 20%. Какую часть k газа выпустили?

Ответ. $k = 1 - \dfrac{m_{\text{кон}}}{m_{\text{нач}}} = \dfrac{\eta_1 - \eta_2}{1 - \eta_2} = 0{,}25$.

1.22^{C}. Если давление, под которым находится газ, изменить на 2 атм, то объем газа изменится на 3 л. Если давление изменить на 5 атм, объем изменится на 5 л. Каковы были начальный объем и давление газа? Температура газа во время опыта постоянна.

См. указание к задаче 1.13.

Ответ. 9 л и 4 атм; 21 л и 16 атм.

1.23^{C}. Тонкий стакан массой 50 г ставят вверх дном на поверхность воды и медленно погружают так, что он все время остается в вертикальном положении. Высота стакана – 10 см, площадь дна – 20 см^2. На какую минимальную глубину надо опустить стакан, чтобы он утонул? Атмосферное давление – нормальное, давлением паров воды в стакане и толщиной его стенок пренебречь.

Указание: стакан утонет, если сила Архимеда станет меньше силы тяжести, действующей на стакан.

Ответ. ≈ 30 м.

1.24^{C}. В сосуде объемом V = 1 л находится идеальный газ. Сколько молекул N газа нужно выпустить из сосуда, чтобы при понижении температуры в k_1 = 2 раза его давление уменьшилось в $k_2 = 4$ раза? Первоначальная концентрация молекул газа $n = 2 \cdot 10^{26}$ м$^{-3}$.

Указание: используя уравнение Менделеева – Клапейрона, вычислить какую массу газа надо выпустить, а затем определить число молекул.

Ответ. $N = nV\left(1 - \frac{k_2}{k_1}\right) = 10^{23}$.

1.25^C. Вода полностью заполняет сосуд емкостью $V = 1$ л. Температура воды $t = 27$ °С. Оценить давление, которое могло бы установиться внутри сосуда, если бы исчезли силы взаимодействия между молекулами воды.

Указание: заменить поведение жидкости моделью идеального газа.

Ответ. $P = \frac{\rho_в RT}{\mu} = 1,4 \cdot 10^8$ Па.

1.26^C. Состояние идеального газа массой m изменяется в соответствии с законом $\frac{P^2}{T} = a$, где a – известная константа. Определить зависимость давления газа от его объема в этом процессе. Молярная масса газа равна μ.

Указание: использовать уравнение Менделеева – Клапейрона.

Ответ. $P(V) = \frac{a\mu V}{mR}$.

1.27^C. Оценить число молекул воздуха в атмосфере Земли, считая, что молярная масса воздуха $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Указание: масса воздуха земной атмосферы приблизительно равна произведению нормального атмосферного давления на площадь поверхности Земли, деленному на ускорение свободного падения.

Ответ. $N \approx N_А \frac{P_{атм}}{\mu} \frac{4\pi R^2_{Земли}}{g} \approx 10^{44}$ молекул.

ГРАФИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

Графические задачи занимают особое место во всех разделах физики. Во-первых, графики наглядно представляют полученные результаты. Недаром на докладах научных работ результаты часто представляют в виде графического материала. Во-вторых, значительная часть задач, представленных на ЕГЭ, являются графическими.

В молекулярной физике процессы, происходящие в идеальных газах, чаще всего представляют на диаграммах *P*-*V*, *P*-*T* и *V*-*T*.

Необходимо запомнить, как на различных диаграммах выглядят все изопроцессы.

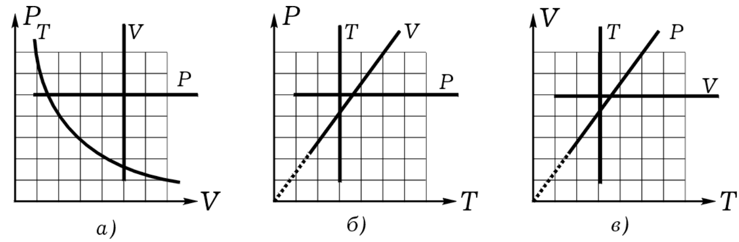


Рис. 1.2

На рис. 1.2 приведены графики изопроцессов на всех диаграммах *P*-*V*, *P*-*T* и *V*-*T*.

Примеры

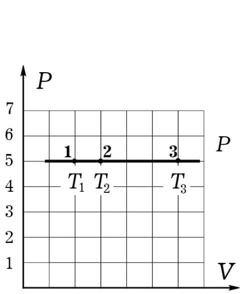


Рис. 1.3

Пример 1.8. Рассмотрим, какую информацию можно извлечь из графиков. На рис. 1.3 изображена изобара на диаграмме *P*-*V*.

На ней нанесены точки 1, 2, 3, соответствующие температурам T_1, T_2 и T_3.

Определить отношение этих температур.

Решение. Уравнению изобары соответствует соотношение (1.3), из которого следует, что при изобарическом процессе температура газа пропорциональна его объему. Это означает, что

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}; \quad \frac{V_1}{V_3} = \frac{T_1}{T_3}; \quad \frac{V_2}{V_3} = \frac{T_2}{T_3}.$$

Из графика видно, что объемы газа в точках 1, 2, 3 относятся как 2:3:6. Следовательно, $T_1 : T_2 : T_3 = 2 : 3 : 6$.

Пример 1.9. На рис. 1.4 изображена изохора на диаграмме P-V.

На ней нанесены точки 1, 2, 3, соответствующие температурам T_1, T_2 и T_3.

Определить отношение этих температур.

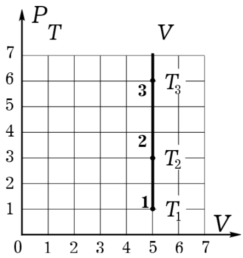


Рис. 1.4

Решение. Уравнению изохоры соответствует соотношение (1.4), из которого следует, что при изохорическом процессе температура газа пропорциональна его давлению. Это означает, что

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}; \quad \frac{P_1}{P_3} = \frac{T_1}{T_3}; \quad \frac{P_2}{P_3} = \frac{T_2}{T_3}.$$

Из графика видно, что давления газа в точках 1, 2, 3 относятся как 1 : 3 : 6. Следовательно, $T_1 : T_2 : T_3 = 1 : 3 : 6$.

Пример 1.10. На рис. 1.5 изображены две изотермы, соответствующие температурам T_1 и T_2 на диаграмме P-V.

Определить отношение этих температур.

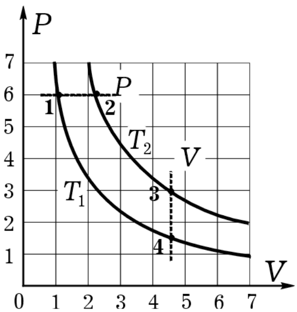


Рис. 1.5

Решение. Для ответа на поставленный вопрос, проведем на диаграмме дополнительно: либо а) изобару 1-2; либо б) изохору 3-4.

Тогда решение задачи в случае а) сводится к примеру 7, в случае б) – к примеру 8.

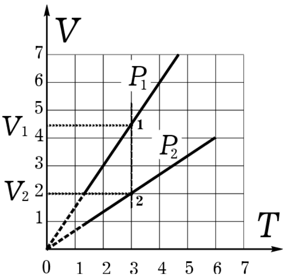


Рис. 1.6

а) Из графика видно, что объемы газа в точках 1 и 2 относятся как $\frac{V_1}{V_2}=\frac{T_1}{T_2}\cong\frac{1,2}{2,4}=0,5$. Следовательно, $T_2 = 2T_1$.

б) Из графика видно, что давления газа в точках 3 и 4 относятся как $\frac{P_3}{P_4}=\frac{T_1}{T_2}\cong\frac{1,5}{3}=0,5$. Следовательно, как и следовало ожидать, $T_2 = 2T_1$.

Пример 1.11. На диаграмме V-T изображены две изобары, соответствующие давлениям P_1 и P_2. Определить отношение давлений P_1/P_2.

Решение. Воспользуемся тем же самым приемом, что и в примере 1.10: проведем дополнительные графики изопроцессов, либо изотермы, либо изохоры. На рис. 1.6 проведена изотерма 1-2. Воспользовавшись уравнением изотермы (1.2), получим: $P_1V_1 = P_2V_2$. Отсюда следует, что

$$\frac{P_1}{P_2}=\frac{V_2}{V_1}=\frac{2}{4{,}5}=\frac{1}{1{,}25}.$$

Следовательно, P_2 больше P_1 в 1,25 раза.

Пример 1.12. На рис. 1.7 точки 1 и 2 соответствуют состояниям одной и той же массы идеального газа. Установить, в каком из указанных состояний больше давление, объем, температура и во сколько раз.

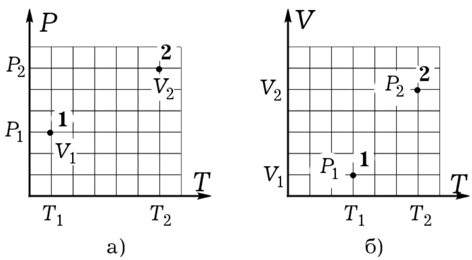


Рис. 1.7

Решение. а) Из рис. 1.7, *а* видно, что $P_2 = 2P_1$, а $T_2 = 6T_1$. Из уравнения состояния (1.1) следует, что $V = \frac{m}{\mu}\frac{RT}{P}$. Так как $\frac{T_2}{P_2} = 3\frac{T_1}{P_1}$, то $V_2 = 3V_1$.

б) Из рис. 1.7, *б* видно, что $T_2 = 2T_1$, а $V_2 = 5V_1$. Из уравнения состояния (1.1) следует, что $P = \frac{m}{\mu}\frac{RT}{V}$. Так как $\frac{T_2}{V_2} = 0{,}4\frac{T_1}{V_1}$, то $P_2 = 0{,}4P_1$.

Пример 1.13. Газ участвует в круговом процессе, изображенном на диаграмме P, V (рис. 1.8). Нарисовать этот процесс на диаграммах V, T и P, T. Процессы 1-4 и 2-3 – изотермические. Температура процесса 1-4 равна 300 К.

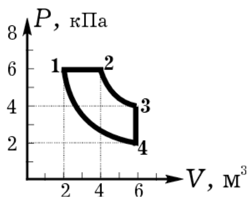


Рис. 1.8

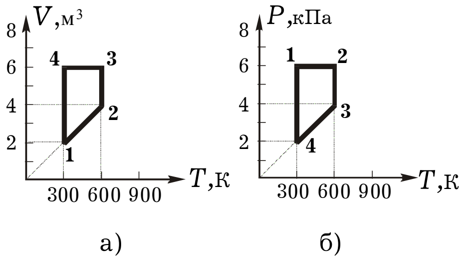


Рис. 1.9

Решение. Процесс 1-2 – изобарический, и поэтому на диаграмме V-T он изображается прямой, проходящей через начало координат (рис. 1.9, *а*).

Так как в этом процессе объем меняется от 2 до 4 м^3, то прямая 1-2 будет начинаться в точке 1 (T_1 = 300 К (по условию), V_1 = 2 м^3) а заканчиваться в точке 2 (V_2 = 4 м^3). Этой точке 2 будет соответствовать T_2 = 600 К.

Процесс 2-3 – изотермический, и поэтому на диаграмме V-T будет изображаться вертикальной прямой от объема 4 до объема 6 м^3.

Процесс 3-4 – изохорический. На диаграмме V-T – это горизонтальная прямая, доходящая до 300 К.

Аналогично рассуждая, можно построить график кругового процесса 1-4 в координатах P-T (рис. 1.9, *б*). Обратите внимание, что на диаграммах P-V, P-T процесс идет по направлению движения часовой стрелки, а на диаграмме V-T – наоборот.

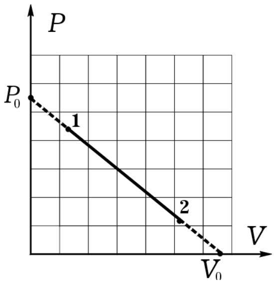


Рис. 1.10

Пример 1.14. На диаграмме P-V дан процесс 1-2, прямолинейный график которого представлен на рис. 1.10. Продолжения этого графика пересекают координатные оси в точках P_0 и V_0. Найти максимальную температуру в процессе 1-2, если масса газа равна m, а его молярная масса – μ.

Решение. Найдем выражение для зависимости давления P от объема V в процессе 1-2. Поскольку график зависимости $P = f(V)$ – прямолинейный, то эта зависимость выражается уравнением: $P = aV + P_0$. Константу a найдем из условия $P = 0$ при $V = V_0$:

$$0 = a\,V_0 + P_0.$$

Следовательно, $a = -\,P_0/V_0$ и

$$P = -\frac{P_0}{V_0}V + P_0. \qquad (1.12)$$

Умножим левую и правую части уравнения (1.12) на V.

Получим: $PV = -\dfrac{P_0}{V_0}V^2 + P_0V$ или

$$\frac{m}{\mu}RT = -\frac{P_0}{V_0}V^2 + P_0V. \qquad (1.13)$$

Температура будет максимальна при максимальном значении правой части уравнения (1.13), которая зависит только от объема V.

Вид этой зависимости – парабола, ветви которой направлены вниз. В этом случае максимум этой зависимости лежит посередине между корнями уравнения (1.13), которые равны $V_1 = 0$, $V_2 = V_0$. Таким образом, максимальная температура будет при объеме, равном $V_{T=\max} = \dfrac{V_0}{2}$. Этот результат полезно запомнить.

Подставляя это значение объема в (1.13), получим:

$$T_{\max} = \frac{3P_0V_0\mu}{4Rm}.$$

Задачи

1.28^{A}. На рис. 1.11 точки 1 и 2 соответствуют термодинамическому состоянию одной и той же массы идеального газа. Каково соотношение между давлениями, объемами и температурами газа в этих состояниях?

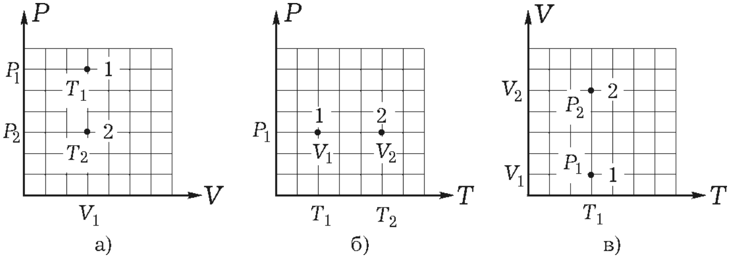


Рис. 1.11

Ответ.

а) $\dfrac{P_1}{P_2} = 2$; $\dfrac{V_1}{V_2} = 1$; $\dfrac{T_1}{T_2} = 2$; б) $\dfrac{P_1}{P_2} = 1$; $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{2}{3}$; $\dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{2}{3}$;

в) $\dfrac{P_1}{P_2} = 5$; $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{5}$; $\dfrac{T_1}{T_2} = 1$.

1.29^{B}. С идеальным газом осуществляется цикл, приведенный на рис. 1.12. Изобразить тот же цикл в координатах P-V и P-T.

Ответ. См. с. 25.

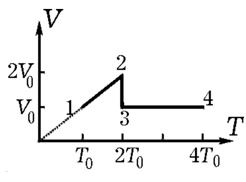


Рис. 1.12

1.30^B. Изобразить на P-V и P-T диаграммах процесс, проводимый с идеальным газом, приведенный на рис. 1.13.

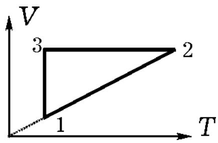


Рис. 1.13

Ответ. См. с. 25.

1.31^C. На рис. 1.14 приведен процесс изменения состояния идеального газа. Когда газ занимал объем V_1, его температура равнялась T_1. Какова будет температура газа T_2, когда он займет объем V_2?

Ответ. $T_2 = T_1\left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^2$.

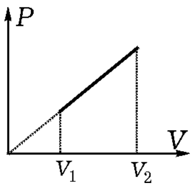


Рис. 1.14

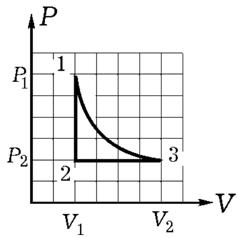
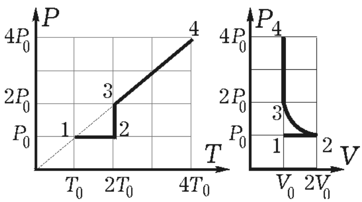


Рис. 1.15

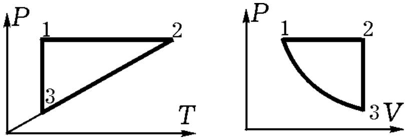
1.32^C. В координатах P-V задан цикл 1-2-3-1 (рис. 1.15). Изобразить этот цикл на V-T и P-T диаграммах и в координатах ρ, T, где ρ – плотность газа, процесс 3-1 – изотермический.

Ответ. См. с. 26.

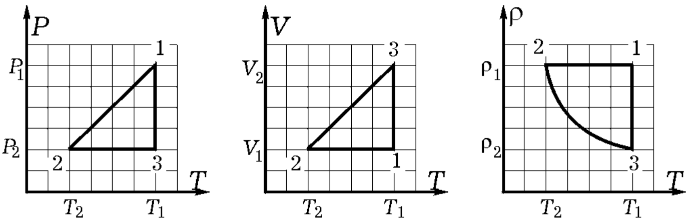
Ответы к графическим задачам



К задаче 1.29



К задаче 1.30



К задаче 1.32

§ 2. Давление и температура с точки зрения молекулярно-кинетической теории. Основное уравнение кинетической теории газов

Уравнение Менделеева – Клапейрона (1.1) является следствием опытных данных. Теоретическое обоснование газовым законам дает молекулярно-кинетическая теория, в основе которой лежат молекулярно-кинетические представления. С точки зрения молекулярно-кинетических представлений давление является одним из непосредственных проявлений теплового движения молекул. Давление газа на стенки сосуда объясняется как результат действия движущихся молекул, передающих импульс при хаотических ударах о стенку.

Точные статистические расчеты показывают, что давление идеального газа на стенку сосуда равно:

$$P = \frac{2}{3} n \left\langle \varepsilon_{\text{пост}} \right\rangle, \qquad (2.1)$$

где $n = \dfrac{N}{V}$ – концентрация молекул газа, величина, равная отношению полного числа N молекул газа к объему V, в котором они находятся; $\left\langle \varepsilon_{\text{пост}} \right\rangle = \dfrac{m_{\text{м}} \left\langle v_{\text{пост}}^2 \right\rangle}{2}$ – средняя кинетическая энергия *поступательного* движения одной молекулы; $m_{\text{м}}$ – масса одной молекулы; $\sqrt{\left\langle v_{\text{пост}}^2 \right\rangle}$ – средняя квадратичная скорость поступательного движения молекулы.

Выражение (2.1) называют *основным уравнением кинетической теории газов.*

Основное уравнение кинетической теории газов мало похоже на уравнение Менделеева – Клапейрона. Для того чтобы провести сравнение этих уравнений, необходимо разобраться с физическим смыслом температуры.

Анализируя процессы многочисленных упругих столкновений различных молекул, хаотически движущихся с разными скоростями, можно показать, что спустя некоторое время средние кинетические энергии $\langle \varepsilon \rangle$ различных молекул сравняются между собой.

С другой стороны, говорим, что теплообмен (обмен энергиями между хаотически движущимися молекулами) заканчивается, если становятся равными их температуры.

Следовательно, *средняя кинетическая энергия* $\langle \varepsilon \rangle$ *<u>хаотического</u> движения молекул газа обладает свойствами температуры*, и поэтому может служить для ее определения. Можно определить шкалу температуры так, что средняя энергия $\langle \varepsilon \rangle$ будет пропорциональна температуре T.

Согласно статистическому расчету, коэффициент пропорциональности между средней кинетической энергией поступательного движения $\langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle$ и температурой равен $\frac{3}{2}k$, где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К называется *постоянной Больцмана.*

Итак,

$$\langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle = \frac{m_{\text{м}} \langle v_{\text{пост}}^2 \rangle}{2} = \frac{3}{2} kT. \tag{2.2}$$

Подставим выражение (2.2) для средней кинетической энергии в основное уравнение кинетической теории газов (2.1):

$$P = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle = nkT. \tag{2.3}$$

С учетом того, что концентрация молекул $n = \dfrac{N}{V}$, а полное число молекул $N = \dfrac{m}{\mu} N_{\text{А}}$ (1.7), получим:

$$P = \frac{N}{V} kT = \frac{m}{\mu} \frac{N_{\text{А}} \cdot kT}{V} \quad \text{или} \quad PV = \frac{m}{\mu} N_{\text{А}} \cdot kT = \frac{m}{\mu} RT,$$

где $R = N_{\text{А}} \cdot k$ – универсальная газовая постоянная.

Таким образом, исходя из молекулярно-кинетических представлений, была дана теоретическая трактовка экспериментальным законам идеальных газов.

В заключение обратим внимание на измерение температуры. Ряд свойств веществ (объем, давление газа, удельное сопротивление и др.) зависят от температуры. Любое из этих свойств может быть использовано для измерения температуры. Для этого термометрическое тело (тело, использованное для измерения температуры) должно быть проградуировано с помощью реперных (опорных) точек. Для реперных точек чаще всего используют температуру фазовых переходов (температуры плавления и кипения). Температура фазового перехода жидкость-твердое тело слабо зависит от окружающего давления, и поэтому температура этого фазового перехода, как правило, служит первой отправной точкой. Температура перехода газ-жидкость сильно зависит от давления и поэтому температура этого перехода фиксируется при строго определенном давлении.

Приведем выбранное нами термометрическое тело в тепловое равновесие с тающим льдом и припишем телу температуру нуль градусов. Этой температуре будет соответствовать определенный температурный признак, например объем V_0. Затем наше тело приведем в тепловое равновесие с кипящей при нормальном давлении водой и припишем телу температуру сто градусов. При этом объем тела станет равным V_{100}, т.е. изменится на величину $\Delta V = V_{100} - V_0$. Допуская, что объем тела зависит от температуры линейно, будем считать, что при изменении объема тела на одну сотую ΔV температура тела изменилась на один градус. Определенная таким образом шкала температур называется *шкалой Цельсия*.

Шкала Фаренгейта имеет две реперных точки – температура плавления смеси воды с нашатырем (0 °F) и нормальная температура человеческого тела (100 °F). Эти же реперные точки соответствуют −17,8 и 36,6 °C, т.е. температурному диапазону 100 °F соответствует диапазон 54,4 °C. Шкала Фаренгейта не используется в физике, поскольку температура человеческого тела ввиду ее неопределенности не может служить реперной точкой. Тем не менее, эта шкала имеет хождение в житейской практике в странах американского континента.

Шкала Цельсия допускает отрицательные значения температур, что не согласуется с физическим смыслом температуры (кинетическая энергия молекулы не может быть отрицательной). Поэтому было изменено начало отсчета шкалы температур и оставлено абсолютное значение одного деления температурной шкалы, а сама шкала называется *шкалой Кельвина*. Нулю градусов по шкале Кельвина (0 К) соответствует −273,16 °C.

Примеры

Пример 2.1. Определить плотность кислорода ρ при давлении $P = 10^5$ Па, если средняя квадратичная скорость его молекул равна 1 км/с.

Дано: $P = 10^5$ Па, $\sqrt{\left\langle v^2{}_{\text{пост}} \right\rangle} = 1$ км/с $= 10^3$ м/с; ρ = ?

Решение. Давление газа P связано с характеристиками движения молекул соотношением (2.3):

$$P = \frac{2}{3} n \left\langle \varepsilon_{\text{пост}} \right\rangle = \frac{n m_{\text{м}} \left\langle v_{\text{пост}}^2 \right\rangle}{3}.$$

Плотность вещества ρ равна произведению массы одной молекулы $m_{\text{м}}$ на концентрацию молекул n: $\rho = m_{\text{м}}\, n$. Тогда давление газа будет равно $P = \dfrac{\rho\left\langle v^2_{\text{пост}} \right\rangle}{3}$. Окончательно имеем:

$$\rho = \frac{3P}{\left\langle v^2_{\text{пост}} \right\rangle} = 0{,}3 \text{ кг/м}^3.$$

Пример 2.2. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа равна 480 м/с при температуре 296 К. Сколько молекул газа содержится в 10 г этого газа?

Дано: $\sqrt{\left\langle v^2{}_{\text{пост}} \right\rangle}$ = 480 м/с, T = 296 К, m =10 г = 10^{-2}кг, N = ?

Решение. Из определения температуры (2.2) получим выражение для массы молекулы $m_{\text{м}}$: $m_{\text{м}} = \dfrac{3kT}{\left\langle v^2_{\text{пост}} \right\rangle}$. Тогда число молекул газа будет равно отношению массы всех молекул газа к массе молекулы: $N = m/m_{\text{м}}$. Окончательно имеем:

$$N = \frac{m\left\langle v^2_{\text{пост}} \right\rangle}{3kT} = 1{,}88\cdot10^{25}.$$

Пример 2.3. На некоторую поверхность наносится слой серебра толщиной d = 5 мкм с помощью атомарного пучка с концентрацией атомов серебра n = $1\cdot10^{18}$ 1/м^3, движущихся со скоростью v = 0,4 км/с. Определите время напыления τ, если площадь поверхности S совпадает с площадью пучка. Молярная масса серебра μ = 108 г/моль, плотность ρ = 10,5 г/см^3.

Дано: d = 5 мкм = $5\cdot10^{-6}$ м, n = $1\cdot10^{18}$ 1/м^3, v = 0,4 км/с = = 400 м/с, μ = 108 г/моль = 0,108 кг/моль, ρ = 10,5 г/см^3 = = $10{,}5\cdot10^3$ кг/м^3; τ = ?

Решение. Количество атомов серебра в слое толщиной d равно:

$$N = \nu N_{\text{A}} = \frac{\rho d S}{\mu} N_{\text{A}}.$$

Такое же количество атомов должно содержаться в объеме пучка протяженностью $h = v\,\tau$, который содержит все атомы, успевающие долететь до напыляемой поверхности за время τ:

$$N = nSh = nSv\tau.$$

Приравнивая количества этих атомов, получаем искомое время:

$$\tau = \frac{\rho d N_{\text{A}}}{nv\mu} = \frac{10{,}5\cdot 10^{3} 5\cdot 10^{-6} 6{,}02\cdot 10^{23}}{10^{18} 0{,}4\cdot 10^{3} 108\cdot 10^{-3}} = 713{,}6\,\text{с} \approx 12\text{ мин}.$$

Задачи

2.1*A*. Давление газа в закрытом сосуде увеличилось в 16 раз. Во сколько раз изменилась средняя квадратичная скорость его молекул?

Ответ. Увеличилась в 4 раза.

2.2*A*. Во сколько раз изменится давление газа при уменьшении его объема в три раза, если средняя квадратичная скорость остается неизменной.

Ответ. Увеличится в 3 раза.

2.3*A*. В закрытом сосуде находится один моль некоторого идеального газа. Из опытов найдено, что $\dfrac{P}{T} = 371$ Па/К. Определить концентрацию молекул и объем сосуда.

Ответ. $n = \dfrac{P}{kT} = 2{,}69\cdot 10^{25}\text{ м}^{-3}$; $V = \dfrac{RT}{P} = 2{,}24\cdot 10^{-2}\text{ м}^{3}$.

2.4*A*. В закрытом сосуде находится один моль некоторого идеального газа. Из опытов найдено, что $\dfrac{P}{T} = 371$ Па/К. Определить концентрацию молекул и объем сосуда.

Ответ. $n = \dfrac{P}{kT} = 2{,}69\cdot 10^{25}\text{ м}^{-3}$; $V = \dfrac{RT}{P} = 2{,}24\cdot 10^{-2}\text{ м}^{3}$.

2.5*B*. Плотность газа в баллоне газонаполненной электрической лампы $\rho = 0{,}9$ кг/м^3, а его давление $P_1 = 80$ кПа. При горении лампы давление газа выросло до 110 кПа. На сколько увеличилась средняя квадратичная скорость молекул газа?

Ответ. $\Delta v = 89$ м/с.

2.6^{B}. Один сосуд заполнен гелием, а другой такой же – кислородом. Температура газов одинакова и равна 300 К. На сколько следует изменить температуру газа в одном из сосудов, чтобы средние квадратичные скорости молекул гелия и кислорода стали равными? Рассмотреть возможные варианты решения.

Ответ. а) нагреть кислород на $\Delta T = 2100$ К;

б) охладить гелий на $\Delta T = 263$ К.

2.7^{C}. Один моль идеального газа расширяется изобарически. При этом оказалось, что отношение $V/T = \alpha = 2{,}8 \cdot 10^{3}$ м^3/К. Определить концентрацию молекул газа при температуре $T_1 = 10^3$ К.

Указание: использовать уравнение Менделеева – Клапейрона.

Ответ. $n = \dfrac{\nu N_A}{\alpha T_1} = 2{,}15 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$.

СМЕСИ ГАЗОВ

Описание поведения смеси газов основывается на молекулярно-кинетической теории. Поскольку давление газа на стенки сосуда обусловлено ударами молекул, то очевидно, что полное давление будет равно сумме давлений каждого газа в отдельности. Этот закон был получен Дж. Дальтоном задолго до появления кинетической теории:

$$P_{\text{смеси}} = P_1 + P_2 + \ldots + P_n. \qquad (2.4)$$

Объем и температура каждого газа в отдельности равны объему и температуре смеси ($V_{\text{смеси}} = V_i$; $T_{\text{смеси}} = T_i$).

Число молей смеси будет равно сумме молей составляющих смесь газов:

$$\nu_{\text{смеси}} = \nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \ldots + \frac{m_n}{\mu_n}. \qquad (2.5)$$

Молярную массу смеси найдем из соотношения:

$$\nu_{\text{смеси}} = \frac{m_{\text{смеси}}}{\mu_{\text{смеси}}} = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \ldots + \frac{m_n}{\mu_n};$$

$$\mu_{\text{смеси}} = \left(\frac{m_1}{\mu_1 m_{\text{смеси}}} + \frac{m_2}{\mu_2 m_{\text{смеси}}} + \ldots + \frac{m_n}{\mu_n m_{\text{смеси}}} \right)^{-1}. \qquad (2.6)$$

Примеры

Пример 2.4. Сосуд разделен пополам полупроницаемой перегородкой. Объем каждой части V = 1 л. В левую половину введены водород массой $m_1 = 2\cdot10^{-3}$ кг и азот массой $m_2 = 28\cdot10^{-3}$ кг. Справа от перегородки − вакуум. Какие давления установятся в обеих частях сосуда, если перегородка пропускает только водород, а температура остается постоянной T = 373 К? Найти молярные массы смеси в левой части сосуда до и после диффузии водорода.

Дано: V = 1 л = 10^{-3} м^3, $m_1 = 2\cdot10^{-3}$ кг, $m_2 = 28\cdot10^{-3}$ кг, T = 373 К. $\mu_{\text{смеси нач}}$ = ? $\mu_{\text{смеси кон}}$ = ?

Решение. После того как водород проникнет в правую часть сосуда, он займет объем, равный $2V$. Поэтому его уравнение состояния (1.1) следующее:

$$P_1 2V = \frac{m_1}{\mu_1} RT. \qquad (2.7)$$

Уравнение состояния (1.1) для азота запишется в виде

$$P_2 V = \frac{m_2}{\mu_2} RT. \qquad (2.8)$$

Давление в левой части сосуда создается водородом и азотом:

$$P_{\text{лев}} = P_1 + P_2 = \frac{RT}{V} \left(\frac{m_1}{2\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) = 4,6\,\text{МПа}.$$

В правой части сосуда давление создается только водородом:

$$P_{\text{пр}} = P_1 = \frac{RT}{V} \frac{m_1}{2\mu_1} = 1,5\,\text{МПа}.$$

До диффузии водорода молярная масса смеси (2.6) равна:

$$\mu_{\text{смеси нач}} = \left(\frac{m_1}{\mu_1 (m_1 + m_2)} + \frac{m_2}{\mu_2 (m_1 + m_2)} \right)^{-1} = 15 \cdot 10^{-3} \ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}.$$

После диффузии водорода молярная масса смеси равна:

$$\mu_{\text{смеси кон}} = \left(\frac{m_1/2}{\mu_1 (m_1/2 + m_2)} + \frac{m_2}{\mu_2 (m_1/2 + m_2)} \right)^{-1} = 19{,}3 \cdot 10^{-3} \ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}.$$

Пример 2.5. Найти молярную массу воздуха, состоящего из 78 % азота (N_2), 21% кислорода (O_2), 1% углекислого газа (CO_2).

Дано: $\dfrac{m_{N_2}}{m_{\text{воздуха}}} = 0{,}78$, $\dfrac{m_{O_2}}{m_{\text{воздуха}}} = 0{,}21$, $\dfrac{m_{CO_2}}{m_{\text{воздуха}}} = 0{,}01$.

Решение. Для определения молярной массы воздуха воспользуемся выражением (2.6):

$$\mu_{\text{воздуха}} = \left(\frac{m_{N_2}}{\mu_{N_2} m_{\text{воздуха}}} + \frac{m_{O_2}}{\mu_{O_2} m_{\text{воздуха}}} + \frac{m_{CO_2}}{\mu_{CO_2} m_{\text{воздуха}}} \right)^{-1}.$$

Отношения $\dfrac{m_{N_2}}{m_{\text{воздуха}}}$, $\dfrac{m_{O_2}}{m_{\text{воздуха}}}$ и $\dfrac{m_{CO_2}}{m_{\text{воздуха}}}$ дают содержание соответствующих компонентов в воздухе, данных в условии задачи.

Следовательно,

$$\mu_{\text{воздуха}} = \left(\frac{0{,}78}{28 \cdot 10^{-3}} + \frac{0{,}21}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{0{,}01}{44 \cdot 10^{-3}} \right)^{-1} = 29 \cdot 10^{-3} \ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}.$$

Пример 2.6. В емкости с объемом V = 1 л содержится m = 0,28 г молекулярного азота. При нагревании азота до температуры t = 1500 °С η = 30 % молекул распадаются на атомы. Определите установившееся давление.

Дано: V = 1 л = 10^{-3} м^3, m = 0,28 г = $0{,}28 \cdot 10^{-3}$ кг, t = 1500 °С (T = 1773 К), η = 30 % = 0,3; P =?

Решение. Из уравнения состояния идеального газа

$$PV = \nu_{\text{кон}} RT,$$

где P – установившееся давление; T – абсолютная температура газа, состоящего из молекулярного и атомарного азота; $\nu_{\text{кон}}$ – конечное число молей газа.

Это число молей можно найти из уравнения:

$$\nu_{кон} = (\nu - \eta\nu) + 2\eta\nu = \nu(1 + \eta),$$

где ν − первоначальное число молей молекулярного азота, равное $\nu = \dfrac{m}{\mu_{N_2}}$. Двойка во втором слагаемом появляется из-за распада молекулы азота N_2 на два атома N. Тогда:

$$P = \frac{m}{\mu_{N_2} V}(1+\eta)RT = \frac{0,28}{28 \cdot 10^{-3}} \cdot 1,3 \cdot 8,31 \cdot 1773 \approx 1,9 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Задачи

2.8*В*. В колбе емкостью V = 4 л находятся кислород и азот при температуре 0 °С. Определить давление на стенки сосуда, если массы газов $m_1 = m_2 = 1$ г.

Ответ. $P = \dfrac{RT}{V}\left(\dfrac{m_1}{\mu_1} + \dfrac{m_2}{\mu_2}\right) = 3,8 \cdot 10^4$ Па.

2.9*В*. Два сосуда, заполненные разными идеальными газами, соединены трубкой с краном, где давление в сосудах P_1 и P_2, а число молекул N_1 и N_2 соответственно. Каким будет давление в сосудах, если открыть кран соединительной трубки? Температуру считать постоянной.

Ответ. $P = \dfrac{(N_1 + N_2)P_1P_2}{N_1P_2 + N_2P_1}$.

2.10*В*. Три баллона емкостями V_1 = 3 л, V_2 = 7 л, V_3 = 5 л наполнены, соответственно, кислородом (до давления P_1 = 2 атм), азотом (P_2 = 3 атм) и углекислым газом (P_3 = 0,6 атм) при одной и той же температуре. Баллоны соединяют между собой, причем образуется смесь той же температуры. Найти давление смеси.

Ответ. $P = \dfrac{P_1V_1 + P_2V_2 + P_3V_3}{V_1 + V_2 + V_3} = 2$ атм.

2.11*В*. Какое давление P_1 воздуха должно быть в сосуде, объем которого V_1 = 10 л, чтобы при соединении его с сосудом объемом V_2 = 30 л, в котором находится воздух при давлении $P_2 = 10^5$ Па, установилось давление $P = 3 \cdot 10^5$ Па? Температуру считать постоянной.

Ответ. $P_1 = P + (P - P_2)\dfrac{V_2}{V_1} = 5 \cdot 10^5$ Па.

ВЛАЖНОСТЬ ВОЗДУХА

Воздух представляет собой смесь различных газов. В частности, в воздухе всегда содержится некоторое количество водяных паров. Ввиду того, что содержание водяных паров в воздухе имеет большое значение для жизнедеятельности человека, этот вопрос требует отдельного рассмотрения.

Поведение водяных паров, содержащихся в воздухе, также подчиняется уравнению состояния идеальных газов (1.1). Количество водяных паров в воздухе оценивается по двум параметрам: *абсолютной* ρ *и относительной* f *влажности.*

Абсолютной влажностью называется плотность водяных паров:

$$\rho = \frac{m_{\text{паров воды}}}{V} = \frac{P\mu_{\text{вод}}}{RT}, \qquad (2.9)$$

где P – давление водяных паров; $\mu_{\text{вод}} = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3 – молярная масса воды.

С ростом содержания паров воды повышается абсолютная влажность. Однако, начиная с некоторого момента, абсолютная влажность воздуха перестает расти. В этом случае при добавлении еще некоторого количества водяных паров они сконденсируются, т.е. перейдут в жидкое состояние (выпадет роса), а давление водяных паров в воздухе $P_{\text{вод}}$ не изменится. Это давление называется *давлением насыщенных водяных паров* $P_{\text{нас}}$.

Относительной влажностью называется отношение давления паров воды P к давлению насыщенных паров воды $P_{\text{нас}}$ при данной температуре, выраженное в процентах:

$$f = \frac{P}{P_{\text{нас}}} 100\%. \qquad (2.10)$$

Давление насыщенных водяных паров $P_{\text{нас}}$ зависит от температуры и является табличным значением (табл. 1).

Таблица 1

Зависимость давления $P_{нас}$ от температуры

t, °C	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P_{нас}$, кПа	0,61	0,65	0,71	0,76	0,81	0,88	0,93	1	1,06	1,14	1,23
t, °C	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
$P_{нас}$, кПа	1,33	1,4	1,49	1,6	1,71	1,81	1,94	2,07	2,2	2,33	2,49
t, °C	25	50	60	70	80	90	100				
$P_{нас}$, кПа	3,17	12,3	19,9	31	47,3	70	101				

Пример 2.7. Обычно в домах с бетонными стенами относительная влажность f_1 в комнатах составляет около 30 %. Это недостаточная влажность, и поэтому в квартире полезно содержать цветы или аквариум. Какое количество воды необходимо испарить в комнате, чтобы повысить влажность воздуха до нормальной f_2 = 55 %, если объем комнаты V = = 40 м^3, а температура в комнате составляет 20 °C?

Дано: $f_1 = 0{,}3$, $f_2 = 0{,}55$, $V = 40$ м^3, $t = 20$ °C; Δm = ?

Решение. Найдем, какое давление должны создавать пары воды при температуре 20 °C и относительной влажности 55 %. Используя выражение (2.10), получим: $P_2 = P_{нас} \cdot f_2$. Из уравнения Менделеева – Клапейрона (1.1) следует, что такое давление будет создавать масса воды, равная: $m_2 = \frac{P_2 V\mu}{RT} = \frac{P_{нас} f_2 V\mu}{RT}$. Из этого же уравнения следует, что в воздухе уже содержится следующее количество воды: $m_1 = \frac{P_1 V\mu}{RT} = \frac{P_{нас} f_1 V\mu}{RT}$. Очевидно, что в воздух необходимо добавить количество, равное

$$\Delta m = m_2 - m_1 = \frac{P_{нас} V\mu}{RT}(f_2 - f_1) =$$

$$= \frac{2{,}33 \cdot 10^3 \cdot 40 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8{,}3 \cdot 293} 0{,}25 = 0{,}172 \text{ кг}.$$

Задачи

2.12^{A}. При каких условиях при росте абсолютной влажности атмосферного воздуха может происходить уменьшение относительной влажности?

Ответ. При росте температуры.

2.13^{B}. Температура воздуха t_1 = 20 °C, точка росы t_2 = = 8 °C. Найти абсолютную и относительную влажность воздуха, если давление насыщающих паров при t_1 равно P_1 = = 17,54 мм рт. ст. и при t_2 равно P_2 = 8,05 мм рт. ст.

Ответ. 48,6 %, 8,42 г/м^3.

2.14^{B}. В двух сосудах находится воздух, насыщенный паром, в одном – при температуре 20 °C, в другом – при 10 °C. Какое количество росы выделится при смешении этих двух масс воздуха, если объемы сосудов одинаковы и равны 1 м^3? Приближенно считать, что давление паров насыщения меняется в выбранном интервале пропорционально температуре и равно 9 мм рт. ст. при 10 °C и 17 мм рт. ст. при 20 °C. Потерями тепла за счет теплообмена со стенками сосуда во время смешения пренебречь.

Указание: определить абсолютную влажность, а затем – относительную.

Ответ. Роса не выпадет.

2.15^{B}. Абсолютная влажность при температуре t_1 = 60 °C равна ρ_1 =0,005 кг/м^3. Определить абсолютную влажность ρ_2 после понижения температуры до t_2 = 20 °C. Давление насыщенных паров при температуре t_2 равно P_2 = 2335 Па. Молярная масса воды μ = 0,018 кг/моль.

Ответ. $\rho_2 = \rho_1$.

2.16^{B}. Абсолютная влажность воздуха при температуре t_1 = 60 °C равна ρ_1 = 0,05 кг/м^3. Найти абсолютную влажность ρ_2 при понижении температуры до t_2 = 10 °C. Давление насыщенных паров при температуре t_2 равно P_2 = = 1226 Па. Молярная масса воды μ = 0,018 кг/моль.

Ответ. $\rho_2 = \rho_{нас}$ = 0,0094 кг/м^3.

2.17^B. В сосуде находится воздух, относительная влажность которого при температуре t_1= 10 °С равна f_1 = 60 %. Какова будет относительная влажность f_2 после уменьшения объема в n раз (n = 3) и нагревания до температуры t_2 = 100 °С? Плотность насыщенных паров при температуре t_1 равна $\rho = 9{,}4 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3. Молярная масса воды μ = = 0,018 кг/моль.

Ответ. $f_2 = \dfrac{\rho_2}{\rho_3} = \dfrac{nf_1\rho RT_2}{\mu P_A}$ =2,9 %.

2.18^B. В комнате объемом V = 50 м^3 относительная влажность воздуха f_1 = 40 %. Если испарить дополнительно воду массой m = 60 г, то относительная влажность будет f_2 = 50 %. Какова при этом будет абсолютная влажность ρ_2 воздуха?

Ответ. $\rho = \dfrac{mf_2}{(f_2 - f_1)V} = 6 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3.

2.19^B. Плотность влажного воздуха при температуре t = = 27 °С и давлении P = 103,0 кПа равна ρ = 1,190 кг/м^3. Определить абсолютную ρ_2 и относительную f влажность воздуха, если при температуре t = 27 °С плотность насыщенных паров равна ρ_0 = 0,027 кг/м^3. Молярные массы воды μ = 0,018 кг/моль и воздуха μ = 0,029 кг/моль. Универсальная газовая постоянная R = 8,31 Дж/(моль · К).

Ответ. $\rho_2 = \dfrac{(\mu_2 p - \rho RT)\mu_1}{RT(\mu_2 - \mu_1)} = 0{,}031$ кг/м^3 $f = \dfrac{\rho_1}{\rho_0}$ = 48,5 %.

2.20^B. Определить отношение плотностей влажного (относительная влажность f_1 = 90%) и сухого воздуха при давлении P_0 = 100 кПа и температуре t = 27 °С. Плотность насыщенных паров воды при этой температуре ρ_0 = = 0,027 кг/м^3, молярные массы воздуха μ_1 = 0,029 кг/моль, воды μ_2 = 0,018 кг/моль. Универсальная газовая постоянная R = 8,31 Дж/(моль · К).

Ответ. $\dfrac{\rho_1}{\rho_0} = 1 - \dfrac{(\mu_1 - \mu_2)f\rho_0 RT}{\mu_2\mu_1 P_0} \cong 0{,}987$.

Глава 2

Основы термодинамики

§ 3. Внутренняя энергия идеальных газов

Термодинамика – раздел физики, основанный на аксиомах – началах термодинамики. Начала термодинамики явились обобщением огромного количества опытных фактов. Возникла термодинамика как теоретическая база учения о превращении теплоты в работу. Термодинамика не интересуется микроскопической картиной происходящих явлений. Ее выводы о различных превращениях энергии, происходящих в системе, носят общий характер. Однако объяснение законов термодинамики, так же как и в молекулярной физике, дает молекулярно-кинетическая теория.

Первое начало термодинамики устанавливает количественные соотношения, имеющие место при превращениях энергии в системе. Второе начало термодинамики указывает возможные направления этих процессов.

Выводы термодинамики не являются категоричными, а носят вероятностный характер. Чем большее количество частиц участвует в некотором процессе, тем отчетливее в нем проявляются термодинамические закономерности. Для малого количества частиц могут наблюдаться существенные отклонения от законов. В этом случае случайные отклонения от предписываемых термодинамикой состояний – *флуктуации* – могут достигать значений, сравнимых с измеряемой величиной.

Выводы термодинамики носят настолько общий характер, что используются в гидродинамике, теории упругости, электромагнетизме, оптике и других областях.

Важнейшими понятиями в термодинамике являются: *внутренняя энергия* и *теплообмен*.

Сами слова «внутренняя энергия» говорят о том, что эта энергия заключена внутри какой-либо системы. В состав внутренней энергии входит энергия всевозможных видов движения и взаимодействия друг с другом всех частиц, образующих систему. Например, во внутреннюю энергию газа входят:

а) кинетическая энергия хаотического движения молекул;

б) кинетическая и потенциальная энергии колебаний атомов в молекулах;

в) потенциальная энергия, обусловленная силами молекулярного взаимодействия;

г) энергия электронных оболочек в атомах и молекулах;

д) энергия взаимодействия нуклонов в ядрах атомов.

В дальнейшем будем рассматривать процессы, в которых слагаемые в), г) и д) не изменяются. Поэтому будем определять внутреннюю энергию с точностью до постоянной U_0, поскольку в термодинамических расчетах приходится определять не саму энергию, а не зависящие от U_0 ее приращения ΔU.

Под *внутренней энергией U идеального газа* будем понимать только энергию теплового движения молекул (поступательного, вращательного и колебательного). Поэтому, чтобы вычислить эту энергию, необходимо полную среднюю энергию $\langle \varepsilon \rangle$ одной молекулы умножить на число N всех молекул газа:

$$U = N \cdot \langle \varepsilon \rangle.$$

Для вычисления полной средней энергии $\langle \varepsilon \rangle$ одной молекулы воспользуемся данными из статистической физики.

В статистической физике доказывается теорема о равномерном распределении энергии: «Если описываемая классической статистической механикой система находится в равновесии при абсолютной температуре T, то каждому независимому квадратичному члену в выражении для полной энергии соответствует среднее значение, равное $\frac{1}{2}kT$ ».

Например, полная энергия одноатомной молекулы идеального газа равна ее кинетической энергии:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{m\left(\left\langle v_x^2 \right\rangle + \left\langle v_y^2 \right\rangle + \left\langle v_z^2 \right\rangle\right)}{2} = \frac{m\left\langle v_x^2 \right\rangle}{2} + \frac{m\left\langle v_y^2 \right\rangle}{2} + \frac{m\left\langle v_z^2 \right\rangle}{2} = 3 \cdot \frac{kT}{2}.$$

Этот результат, как и следовало ожидать, совпадает с (2.2).

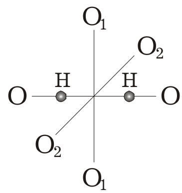
Теорему о равнораспределении энергии можно сформулировать в несколько иной форме, вводя понятие степени свободы системы.

Назовем *числом степеней свободы* системы количество <u>независимых</u> величин, с помощью которых можно определить положение системы.

Положение материальной точки (одноатомной молекулы) можно задать тремя координатами x, y и z. Следовательно, одноатомная молекула имеет три степени свободы.

Молекулы, состоящие из двух, трех и большего числа молекул не могут быть уподоблены материальным точкам.

Рис. 3.1



Молекула двухатомного газа, например водорода H_2, при отсутствии колебательного движения представляет собой два жестко связанных атома (рис. 3.1).

Чтобы задать положение такой системы, необходимо знать положение центра инерции (три координаты – три поступательных степени свободы) и значение углов поворота вокруг осей O_1O_1 и O_2O_2 (две вращательных степени свободы). Угол поворота вокруг оси OO задавать не нужно, так как изменение положения молекулы вокруг этой оси неразличимо.

Жесткие молекулы, состоящие из трех и более атомов, имеют, подобно абсолютно твердому телу, три поступательных и три вращательных степени свободы.

Таким образом, *число степеней свободы i, дающих вклад в кинетическую энергию системы, для* *<u>одноатомных</u>* *молекул* (например, $\mathrm{He}, \mathrm{Ne}, \mathrm{Ar}$) *равно 3, для жестких* *<u>двухатомных</u>* *молекул* (например, H_2, O_2, N_2) – $i = 5$, *для жестких молекул, состоящих из* *<u>трех и более атомов</u>* (например, H_2O, CH_4, NH_3) – $i = 6$.

Закон о равнораспределении энергии часто формулируют следующим образом: «*На каждую степень свободы, дающую вклад в кинетическую энергию системы, в среднем приходится одинаковая энергия, равная* $\frac{1}{2}kT$». В этом случае, если молекула имеет i степеней свободы, то ее средняя полная энергия $\langle\varepsilon\rangle$ равна:

$$\langle\varepsilon\rangle = \frac{i}{2}kT. \qquad (3.1)$$

Подставив в это уравнение выражения (1.7) для N и (3.1) для $\langle\varepsilon\rangle$, получим:

$$U = \frac{m}{\mu}N_{\text{A}}\frac{i}{2}kT = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT. \qquad (3.2)$$

Как видно из выражения (3.2), внутренняя энергия данной массы идеального газа зависит только от температуры T.

Используя уравнение состояния идеального газа (1.1), внутреннюю энергию идеального газа можно выразить через другие параметры его состояния – давление P и объем V:

$$U = \frac{i}{2}PV. \qquad (3.3)$$

Следует отметить, что в школьной программе рассматривается только поведение одноатомного газа, и поэтому выражения (3.2) и (3.3) для внутренней энергии имеют вид:

$$U = \frac{3}{2}\frac{m}{\mu}RT = \frac{3}{2}PV.$$

Значение внутренней энергии не зависит от того, каким образом газ оказался в данном состоянии, а определяется только самим его состоянием. Поэтому внутренняя энергия

U так же, как объем V, температура T и давление P, является *функцией состояния.*

Отсюда следует, что приращение внутренней энергии ΔU равно разности внутренних энергий в конечном и начальном состояниях:

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R(T_{\text{кон}} - T_{\text{нач}}) = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T\,, \tag{3.4}$$

или

$$\Delta U = \frac{i}{2}(P_{\text{кон}}V_{\text{кон}} - P_{\text{нач}}V_{\text{нач}})\,. \tag{3.5}$$

Примеры

Пример 3.1. Один киломоль идеального одноатомного газа расширяется по закону $\frac{P}{V}$ = const. При этом объем газа увеличивается втрое, а его внутренняя энергия увеличивается на $9{,}972 \cdot 10^6$ Дж. Какова была начальная температура газа?

Дано: $\nu = 10^3$ молей, $i = 3$, $\Delta U = 9{,}972 \cdot 10^6$ Дж, T_0 = ?

Решение. По условию давление газа P пропорционально V ($P = \text{const} \cdot V$) и $V = 3V_0$.

Отсюда следует, что если объем газа увеличился в три раза, то и давление газа также увеличилось втрое: $P = 3P_0$. Следовательно, внутренняя энергия газа (3.3) увеличилась в девять раз. Получаем, что $\Delta U = 9U_0 - U_0 = 8U_0$ и $U_0 = \frac{\Delta U}{8}$. Используя выражение (3.2) для внутренней энергии, найдем начальную температуру газа:

$$T_0 = \frac{2U_0}{i\nu R} = \frac{\Delta U}{4i\nu R} = 100\,\text{К}.$$

Пример 3.2. Температура воздуха в комнате объемом $V = 100$ м^3 повысилась с $t_1 = 17$ °C до $t_2 = 27$ °C. Давление воздуха в комнате $P = 10^5$ Па. Найти внутреннюю энергию воздуха в комнате после нагрева.

Дано: $V = 100$ м^3, $t_1 = 17$ °C ($T_1 = 290$ К), $t_2 = 27$ °C ($T_1 = 300$ К), $P = 10^5$ Па; U = ?

Решение. При решении задачи нужно учесть, что комната не является герметичным помещением, и давление воздуха в комнате после его нагрева остается постоянным. Это происходит вследствие того, что часть молекул покинет помещение, т.е. масса молекул воздуха в комнате уменьшится, а значит, выражением (3.4) воспользоваться нельзя. Внутреннюю энергию молекул воздуха в комнате найдем, используя выражение (3.3). Приняв во внимание, что для воздуха i =5, получим:

$$U = \frac{5}{2} PV = 15\,\text{МДж}.$$

Так как давление воздуха в комнате и объем комнаты остались постоянными, следовательно, внутренняя энергия всех молекул газа, находящихся в комнате, не изменилась.

Пример 3.3. Теплонепроницаемая оболочка объемом $2V$ разделена перегородкой на две равные части. В одной половине находится гелий ($i_1 = 3$) при давлении P_1 и температуре T_1, а в другой половине − аммиак ($i_2 = 6$) при давлении P_2 и температуре T_2. Перегородку убирают. Определить давление $P_с$ и температуру $T_с$ смеси газов. Считать, что внутренняя энергия системы не изменяется.

Решение. Так как внутренняя энергия системы остается постоянной, то $U_{1нач} + U_{2нач} = U_{1кон} + U_{2кон}$.

Внутренние энергии газов $U_{нач}$ и $U_{кон}$ вычислим, используя определение (3.3):

$$U_{1нач} = \frac{i_1}{2} P_1 V; \quad U_{2нач} = \frac{i_2}{2} P_2 V;$$

$$U_{1кон} = \frac{i_1}{2} \frac{m_1}{\mu_1} RT_c = \frac{i_1}{2} \frac{P_1 V}{T_1} T_c; \quad U_{2кон} = \frac{i_2}{2} \frac{P_2 V}{T_2} T_c.$$

Подставив эти значения внутренних энергий в исходное уравнение, вычислим температуру смеси $T_с$:

$$T_с = T_1 T_2 \frac{i_1 P_1 + i_2 P_2}{i_1 P_1 T_2 + i_2 P_2 T_1} = T_1 T_2 \frac{P_1 + 2P_2}{P_1 T_2 + 2P_2 T_1}.$$

Обратите внимание, что даже при равных давлениях смешиваемых газов температура смеси этих газов не будет равна среднему арифметическому значению начальных температур. Вопрос: каково должно быть отношение начальных давлений газов $\frac{P_2}{P_1}$, чтобы температура смеси все-таки была равна $T_c = \frac{T_1 + T_2}{2}$?

Ответ. $\frac{P_2}{P_1} = \frac{i_1 T_2}{i_2 T_1} = \frac{T_2}{2T_1}$. Докажите это самостоятельно.

Давление смеси газов будет равно сумме парциальных давлений газов, создаваемых каждым газом в отдельности (закон Дальтона): $P_c = P_{1\text{кон}} + P_{2\text{кон}}$.

Так как после смешения каждый газ занимает объем $2V$ и их температура равна T_c, то

$$P_{1\text{кон}} = \frac{m_1}{\mu_1}\frac{RT_c}{2V} = \frac{P_1 T_c}{2T_1}; \quad P_{2\text{кон}} = \frac{P_2 T_c}{2T_2}.$$

Откуда

$$P_c = \frac{(P_2T_1 + P_1T_2)(i_1P_1 + i_2P_2)}{2(i_1P_1T_2 + i_2P_2T_1)} = \frac{(P_2T_1 + P_1T_2)(P_1 + 2P_2)}{2(P_1T_2 + 2P_2T_1)}.$$

В частности, при равных давлениях P по обе стороны перегородки после ее снятия давления газов все равно изменятся: $P_c = \frac{P}{2}\frac{(T_1 + T_2)(i_1 + i_2)}{i_1T_2 + i_2T_1}$.

Вопрос: при каких условиях в этом случае давления газов все-таки не изменятся?

Ответ. Либо должны быть равны их температуры ($T_1 = T_2$), либо их жесткие молекулы должны содержать равное количество атомов ($i_1 = i_2$). Покажите это самостоятельно.

Задачи

3.1^A. Определить внутреннюю энергию идеального одноатомного газа, взятого в количестве $\nu = 10$ молей при температуре $t = 27$ °C.

Ответ. 37,4 кДж.

3.2^{A}. Внутренняя энергия идеального одноатомного газа U = 15 кДж при температуре t = 27 °С. Определить число молей данного газа.

Ответ. $\nu = \dfrac{2U}{3RT} = 4$ моля.

3.3^{A}. В баллоне находится m = 5 кг аргона при температуре T = 300 К. Чему равна внутренняя энергия газа?

Ответ. 470 кДж.

3.4^{A}. Каково давление идеального одноатомного газа, занимающего объем V = 2 л, если его внутренняя энергия U = 300 Дж?

Ответ. $P = \dfrac{2U}{3V} = 10^5$ Па.

3.5^{A}. Идеальный одноатомный газ изотермически расширился из состояния с давлением $P = 10^6$ Па и объемом V = 1 л до вдвое большего объема. Найти внутреннюю энергию газа в конечном состоянии.

Ответ. $U = \dfrac{3}{2}PV = 1{,}5$ кДж.

3.6^{B}. Сосуд с гелием движется по прямой со скоростью v = 100 м/с. На сколько возрастет температура газа, если сосуд остановить? Сосуд с газом теплоизолирован. Теплоемкостью сосуда пренебречь.

Ответ. $\Delta T = \dfrac{v^2\mu}{3R} = 1{,}6$ К.

§ 4. Первое начало термодинамики

Внутренняя энергия может изменяться в результате *теплообмена.*

Теплообменом называется процесс обмена энергиями посредством ударов между хаотически движущимися атомами и молекулами. Теплообмен между телами или частями одного и того же тела обусловлен различием их температур.

Теплообмен закачивается, когда средние кинетические энергии частиц обоих тел выравниваются (становятся равными их температуры), так как при столкновениях частиц энергия с равной вероятностью передается как в прямом, так и в обратном направлении.

Количество энергии, переданное путем теплообмена, называется *тепловой энергией* Q, или *теплотой*.

Внутренняя энергия газа может также изменяться за счет совершения над газом работы внешних сил.

При сжатии газа, например поршнем, молекулы газа, ударяясь о движущейся поршень, приобретают дополнительную энергию, т.е. внутренняя энергия газа повышается.

При расширении газа молекулы газа, ударяясь о движущейся поршень, частично теряют кинетическую энергию, и внутренняя энергия газа уменьшается.

Принципиальное отличие между процессами теплообмена и совершения над газом работы заключается в следующем. В процессе теплообмена обмен энергиями происходит за счет *хаотических* процессов, а при движении поршня передача энергии происходит за счет *упорядоченного* процесса.

Первое начало термодинамики утверждает: изменение внутренней энергии системы происходит за счет теплообмена и совершения над системой работы, т.е.

$$\Delta U = Q + A_{\text{внеш}}. \tag{4.1}$$

Обычно вместо работы внешних сил $A_{\text{внеш}}$ рассматривают работу A, совершаемую силами давления газа («работа газа»). Очевидно, что эти работы отличаются только знаками:

$$A = -A_{\text{внеш}}. \tag{4.2}$$

Подставляя это соотношение в (4.1), получим другой вид первого закона термодинамики:

$$Q = \Delta U + A. \tag{4.3}$$

Этому выражению можно дать следующую интерпретацию.

Теплота Q, сообщаемая системе, расходуется на приращение внутренней энергии ΔU и на работу A, совершаемую силами давления газа.

Запишем первое начало термодинамики для различных изопроцессов (изобарического, изотермического и изохорического).

При *изохорическом* процессе объем газа постоянен и, следовательно, силы давления газа не совершают работы. Таким образом, <u>первое начало термодинамики для изохорического процесса</u> имеет вид

$$Q_V = \Delta U\,. \tag{4.4}$$

При *изотермическом* процессе постоянна температура газа и, следовательно, неизменной остается внутренняя энергия газа U. Таким образом, <u>первое начало термодинамики для изотермического процесса</u> имеет вид

$$Q_T = A. \tag{4.5}$$

При *изобарическом* процессе изменяются и температура, и объем газа. Поэтому <u>первое начало термодинамики для изобарического процесса</u> имеет вид (4.3): $Q_P = \Delta U + A$.

Примеры

Пример 4.1. В изотермическом процессе газ совершает работу 150 Дж. Найти изменение внутренней энергии ΔU этого газа, если ему сообщить количество теплоты в 2 раза меньшее, чем в первом случае, а процесс производить изохорически.

Дано: $A = 150$ Дж, $Q_1 = 2Q_2$, $\Delta U = ?$

Решение. При изотермическом процессе вся теплота Q_1, сообщаемая газу, расходуется на работу A, совершаемую газом (4.5). Следовательно, газу сообщили количество теплоты Q_1, равное 150 Дж.

При изохорическом процессе вся теплота Q_2, сообщаемая газу, расходуется на повышение внутренней энергии ΔU (4.4). Так как по условию $Q_1 = 2Q_2$, то $\Delta U = 75$ Дж.

Заключая разговор относительно первого начала термодинамики, отметим одну из особенностей этого закона. Несмотря на то, что первое начало представляет собой закон сохранения и превращения энергии для тепловых процессов, нельзя утверждать его тождественность с законом сохранения энергии в механике. Дело в том, что первое начало термодинамики представляет собой вероятностный закон. Это значит, что он, так же как и входящие в него понятия теплоты и температуры, применим только к большому числу однородных объектов. Было бы бессмысленным утверждать, что при взаимодействии трех-четырех молекул выполняется равенство $Q = \Delta U + A$. Вероятностный характер первого начала приводит к выводу, что все явления и законы термодинамики являются статистическими.

Для решения задач по термодинамике необходимо умение вычислять независимо приращение внутренней энергии ΔU (4.3) – (4.4), работу A, совершаемую силами давления газа (§ 5) и тепловую энергию Q (§ 6).

Для точного расчета этих величин, необходимо записать первое начало термодинамики для элементарных процессов:

$$\delta Q = \mathrm{d}U + \delta A = \mathrm{d}U + P\mathrm{d}V, \qquad (4.6)$$

где δQ – элементарное (бесконечно малое) количество теплоты, сообщенное системе; $\mathrm{d}U$ – бесконечно малое приращение внутренней энергии; δA – элементарная (бесконечно малая) работа газа.

Различие в записи бесконечно малого приращения внутренней энергии $\mathrm{d}U$, элементарного количества теплоты δQ и элементарной работы δA (δ вместо d) имеет определенный физический смысл.

Как уже отмечалось, любая *функция состояния* f_c является характеристикой, не зависящей от того, каким образом система оказалась в данном состоянии. Поэтому величину $\mathrm{d}(f_\text{c})$ можно представить как разность конечного и начального состояний $(f_\text{c})_\text{кон} - (f_\text{c})_\text{нач}$, т.е. как приращение этой функции. Следовательно, при совершении системой <u>любого</u> процесса, в результате которого она пришла в исходное состояние, полное изменение функции состояния равно нулю.

Поэтому изменение таких функций состояния, как объем V, температура T, внутренняя энергия U и других, будем рассматривать как алгебраические приращения этих величин и обозначать буквой d.

Величины δA и δQ являются функциями <u>процесса</u>, а не функциями состояния системы. Работу δA нельзя представить в виде разности, например, конечной и начальной работы. Это вообще лишено физического смысла, δA и δQ являются элементарными «порциями» работы и теплоты, а не приращениями данных величин.

Задачи

4.1^A^. Идеальный одноатомный газ, первоначально занимающий объем $V = 2$ м^3, изохорически перевели в состояние, при котором его давление увеличилось на $\Delta P = 0{,}2$ МПа. Какое количество теплоты сообщили газу?

Ответ. $Q = \Delta U = \dfrac{i}{2} V\Delta P = 600\,\text{кДж}$.

4.2^A^. В закрытом сосуде находится гелий, взятый в количестве $\nu = 3$ моля при температуре $t = 27$ °С. На сколько процентов увеличится давление в сосуде, если газу сообщить количество теплоты $Q = 3$ кДж?

Ответ. $\dfrac{\Delta P}{P} = \dfrac{2}{3}\nu RT = 27\%$.

4.3^A^. В баллоне объемом $V = 1$ л находится кислород под давлением $P = 10^7$ Па при температуре $T_1 = 300$ К. К газу подводят количество теплоты 8,35 кДж. Определить температуру и давление газа после нагревания.

Ответ. $T_2 = T_1\left(1 + \dfrac{2Q}{5PV}\right) = 400\,\text{К}$.

4.4^B^. Идеальный газ переводят из состояния 1 с давлением $P_1 = 4 \cdot 10^5$ Па и объемом $V_1 = 3$ м^3 в состояние 2 с давлением $P_2 = 2 \cdot 10^5$ Па и объемом $V_2 = 1$ м^3 различными путями. Один раз переход совершался сначала по изобаре, затем по изохоре, а второй раз сначала по изохоре, а затем по изобаре. В каком случае выделяется больше тепла? Определить разницу в тепловыделении.

Ответ. $Q_2 - Q_1 = (P_1 - P_2)(V_2 - V_1) = 400$ кДж.

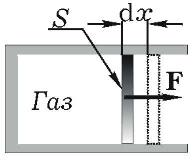
§ 5. Работа, совершаемая идеальным газом

Выразим работу газа через параметры, характеризующие состояние газа – давление P и объем V.

Проще всего это сделать на примере расширения газа.

Допустим, что газ заключен в цилиндр с подвижным поршнем площадью S, перемещающимся без трения (рис. 5.1).

Рис. 5.1



Пусть в результате действия силы давления газа **F** поршень переместился на величину dx. Эта сила совершит элементарную работу δA, равную произведению $F \cdot \mathrm{d}x$. Так как давление газа $P = \dfrac{F}{S}$, то работа δA, совершаемая силой **F**, будет равна:

$$\delta A = P \cdot S \cdot \mathrm{d}x = P \cdot \mathrm{d}V\,, \tag{5.1}$$

где dV – приращение объема газа.

Если давление газа остается постоянным (изобарический процесс), то работу A можно вычислить как:

$$A = F \cdot x = P \cdot S \cdot x = P \cdot V_{\text{кон}} - V_{\text{нач}} = P \cdot \Delta V\,. \tag{5.2}$$

Если давление газа непостоянно, то работа A_{12}, совершаемая газом в некотором процессе 1-2, будет равна сумме всех элементарных работ на этом участке:

$$A_{12} = \int_1^2 \delta A = \int_{V_1}^{V_2} P \cdot \mathrm{d}V\,. \tag{5.3}$$

Полная работа A_{12}, совершаемая системой, зависит от конкретного процесса, описываемого последовательными изменениями состояния системы.

Подсчитаем работу идеального газа в различных процессах.

Изохорический процесс (V = const). Поскольку объем газа постоянен, то приращение объема dV равно нулю, и, следовательно, при изохорическом процессе работа сил давления газа всегда равна нулю.

Изобарический процесс (P = const). При изобарическом процессе работа сил давления газа вычисляется по выражению (5.2).

Изотермический процесс (T = const). Выразим давление P газа в выражении (5.3) из уравнения Менделеева – Клапейрона. Получим:

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{\mu} RT \frac{1}{V} dV = \frac{m}{\mu} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT(\ln V_2 - \ln V_1) =$$

$$= \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Используя уравнение состояния идеального газа, можно работу газа при изотермическом процессе выразить и через другие параметры его состояния:

$$A_{12} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{P_1}{P_2} = P_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}. \qquad (5.4)$$

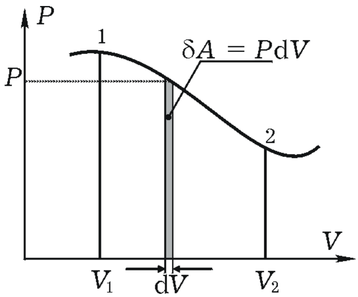


Рис. 5.2

Работа, совершаемая газом, имеет простую геометрическую интерпретацию. Допустим, что график некоторого процесса имеет вид, представленный на рис. 5.2.

При расширении газа от объема V_1 до V_2 силами давления газа совершается работа A_{12}.

Разобьем участок $V_1 - V_2$ на малые отрезки dV. Тогда произведение PdV, равное элементарной работе δA, соответствует заштрихованной площади столбика.

Полная работа, совершаемая газом на участке $V_1 - V_2$, равна сумме всех δA и, следовательно, равна площади, ограниченной сверху графиком процесса, а снизу осью V, т.е. площадью криволинейной трапеции V_1-1-2-V_2. Если процесс идет в направлении от 1 к 2 (газ расширяется), то газ совершает положительную работу, если от 2 к 1 (газ сжимается), то газ совершает отрицательную работу.

Большое практическое значение имеют *круговые процессы*, или *циклы*, – процессы, начинающиеся и заканчивающиеся в одном и том же состоянии.

На рис. 5.3 представлен круговой процесс 1-a-2-b-1. На участке 1-a-2 газ совершает работу A_1, численно равную площади, ограниченной криволинейной трапецией V_1-1-a-2-

V_2. Эта работа положительна, так как газ расширяется. На участке 2-b-1 газ совершает работу A_2, численно равную площади, ограниченной криволинейной трапецией V_1-1-b-2-V_2. Эта работа отрицательна, так как газ на участке 2-b-1 сжимается. Полная работа A за весь цикл равна $A_1 - A_2$ и поэтому численно равна площади, ограниченной графиком кругового процесса.

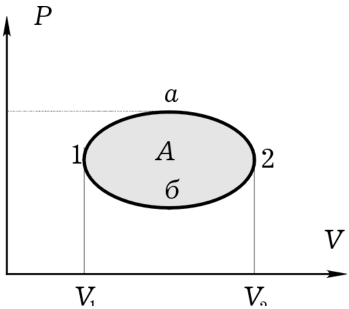


Рис. 5.3

Если направление процесса идет по движению часовой стрелки, то полная работа, совершаемая газом за цикл, будет положительной, если против движения часовой стрелки – отрицательной.

Примеры

Пример 5.1. Какая часть тепловой энергии преобразуется в работу, если теплота подводится при изобарическом процессе?

Решение. Из первого начала термодинамики следует:

$$Q = \Delta U + A = \frac{i}{2} P\Delta V + P\Delta V = \frac{i+2}{2} P\Delta V .$$

Отсюда следует, что вся полученная теплота ($\frac{i+2}{2} P\Delta V$) расходуется на повышение внутренней энергии ($\frac{i}{2} P\Delta V$) и на работу газа $P\Delta V$ в пропорции $\frac{i}{2}:1$.

Следовательно, при изобарическом процессе:

$$\Delta U = \frac{i}{i+2} Q \quad \text{и} \quad A = \frac{2}{i+2} Q .$$

Итак, если газ одноатомный ($i = 3$), то в работу преобразуется 40% тепловой энергии; для двухатомного газа

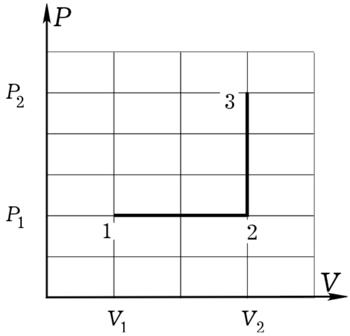


Рис. 5.4

(i = 5) – η = 28,6%; для многоатомного газа из жестких молекул (i = 6) – η = = 25%.

Пример 5.2. Идеальный одноатомный газ занимает объем 1 м^3 и находится под давлением $2 \cdot 10^5$ Па. Газ нагревают сначала при постоянном давлении до объема 3 м^3, а затем при постоянном объеме до давления P_2 = $= 5 \cdot 10^5$ Па (рис. 5.4). Найти количество теплоты Q, полученное газом.

Дано: $V_1 = 1$ м^3, $P_1 = 2 \cdot 10^5$ Па, $V_2 = 3$ м^3, $P_2 = 5 \cdot 10^5$ Па, $Q = ?$

Решение. Количество теплоты Q_1, полученное газом при изобарическом расширении, найдем из первого начала термодинамики (4.3).

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + A\,.$$

Изменение внутренней энергии газа в этом процессе:

$$\Delta U_{1-2} = \frac{i}{2}(P_2V_2 - P_1V_1)\,,$$

а A – работа, совершаемая газом при этом процессе (5.3).

$$A = P_1(V_2 - V_1)\,.$$

Количество теплоты Q_2, полученное газом при изохорическом процессе, равно (3.5):

$$Q_2 = \Delta U_{2-3} = \frac{i}{2}(P_2V_2 - P_1V_1)\,.$$

Полное количество теплоты Q, полученное газом, будет равно сумме $Q = Q_1 + Q_2$:

$$Q_{1-3} = \frac{i}{2}P_2V_2 - \frac{i+2}{2}P_1V_1 + P_1V_2 = 2{,}35 \cdot 10^6 \text{ Дж}\,.$$

Пример 5.3*. Сравнить количества теплоты, получаемые газом в процессах, графики которых даны на рис. 5.5: а) 1-2 и 4-3; б) 2-3 и 1-4. На что расходуется эта теплота?

Решение. Количество теплоты, получаемое газом, определим из первого начала термодинамики.

Процессы 1-2 и 4-3 – изотермические. Для этих процессов первое начало термодинамики имеет вид (4.5): $Q = A$, т.е. теплота, получаемая в этих процессах, расходуется только на работу, совершаемую газом. Работу, совершаемую газом при изотермическом процессе, определим, используя выражение (5.4):

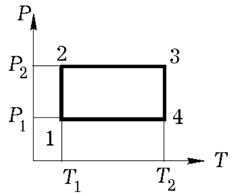


Рис. 5.5

$$A_{12} = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln\frac{P_1}{P_2}, \quad A_{43} = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln\frac{P_4}{P_3} = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln\frac{P_1}{P_2}.$$

Из сравнения этих выражений видно, что теплота, полученная в процессе 4-3, больше в $\frac{T_2}{T_1}$ раз:

$$Q_{43} = \frac{T_2}{T_1} Q_{12}.$$

Процессы 2-3 и 1-4 – изобарические. Следовательно, $Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}$ и $Q_{14} = \Delta U_{14} + A_{14}$.

Изменение внутренней энергии ΔU определяется изменением температуры $\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu} R\Delta T$. Так как изменения температуры в процессах 2-3 и 1-4 равны ($\Delta T_{23} = \Delta T_{14} = T_2 - T_1$), то $\Delta U_{23} = \Delta U_{14}$.

Работа, совершаемая газом при изобарическом процессе, равна (5.3): $A_{23} = P_2(V_3 - V_2)$ и $A_{14} = P_1(V_4 - V_1)$. Так как процессы 1-2 и 4-3 – изотермические, то $P_1V_1 = P_2V_2$ и $P_1V_4 = P_2V_3$. Следовательно, и работы, совершаемые газом в процессах 2-3 и 1-4, также равны: $A_{23} = A_{14}$.

Отсюда следует, что $Q_{23} = Q_{14}$.

Пример 5.4. Как связаны между собой (больше, меньше, равны) следующие величины (рис. 5.6):

работа газа в процессах 1-2-3 и 1-4-3;

изменение внутренней энергии ΔU в этих же процессах;

количество теплоты Q, полученное системой в этих же процессах?

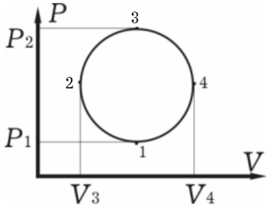


Рис. 5.6

Решение. Работа, совершаемая силами давления газа, численно равна площади под кривой процесса на диаграмме P-V. Знак этой работы определяется направлением процесса: если газ расширяется, то работа – положительная, если сжимается – отрицательная.

Поэтому: $A_{12} < 0$, $A_{23} > 0$. Так как $|A_{12}| < |A_{23}|$, то

$$A_{123} = A_{12} + A_{23} > 0.$$

Аналогично получим: $A_{14} > 0$, $A_{43} < 0$; $A_{143} = A_{14} + A_{43} < 0$. Следовательно: $A_{123} > A_{143}$. $\Delta U_{123} = \Delta U_{143} = \Delta U_{12}$, так как изменение внутренней энергии ΔU данной массы газа зависит только от изменения температуры ΔT.

По первому началу термодинамики $Q = \Delta U + A$. Поэтому $Q_{123} > Q_{143}$.

Пример 5.5. Определите, на каких участках представленного на рис. 5.7 процесса 1-2 идеальный газ совершает положительную работу, т.е. $A > 0$, а на каких отрицательную – $A < 0$.

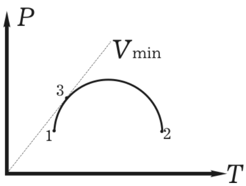


Рис. 5.7

Решение. На диаграмме P-T из начала координат проведем касательную к кривой данного процесса, которая будет изохорой, определяющей минимальный объем в ходе процесса 1-2.

Значит, на участке 1-3 объем уменьшается (газ сжимается) и $A_{13} < 0$, а на участке 3-2 объем увеличивается (газ расширяется) и $A_{32} > 0$.

Пример 5.6*. Определите работу газа в ходе циклического процесса 1-2-3-4-1, который в данных координатах P-V является окружностью.

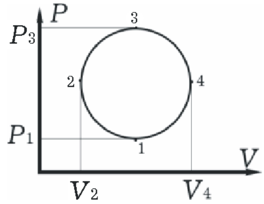


Рис. 5.8

Решение. На диаграмме P-V работа численно равна площади, ограниченной кривой процесса ($S = \pi R^2$) и из соображений размерности $[A] = [P][V]$. Тогда, с одной стороны, $R = \dfrac{V_4 - V_2}{2}$, с другой стороны, $R = \dfrac{P_3 - P_1}{2}$, и работа газа будет равна:

$$A_{12341} = \pi \frac{V_4 - V_2}{2} \frac{P_3 - P_1}{2}.$$

При произвольных масштабах P и V этот же циклический процесс будет не окружностью, а эллипсом, площадь которого $S = \pi ab$, где a и b – полуоси эллипса. Тогда сразу получаем вышеприведенное выражение для работы газа.

Задачи

5.1^{A}. Какую работу совершает кислород массой m = = 0,32 кг при изобарном нагревании на ΔT = 20 К?

Ответ. $A = \dfrac{m}{\mu} R\Delta T = 1662$ Дж.

5.2^{A}. Какая масса водорода находится в цилиндре под поршнем, если при нагревании от температуры T_1 = 250 К до температуры T_2 = 680 К газ произвел работу A = =400 Дж?

Ответ. $m = \dfrac{\mu A}{R(T_2 - T_1)} = 0{,}23$ г.

5.3^{B}. Кислород, взятый при температуре t = 27 °С, изобарически сжали до объема в n = 5 раз меньше первоначального. Определить работу внешней силы при сжатии, если масса газа m = 160 г.

Ответ. $A = \dfrac{m}{\mu} R T_0 \left(\dfrac{n-1}{n} \right) = 10\,\text{кДж}$.

5.4^B. Один киломоль газа при изобарическом расширении совершает работу A = 831 кДж. Найти температуру газа T_2 после расширения, если начальная температура T_1 = = 300 К?

Ответ. $T_2 = T_1 + \dfrac{A}{\nu R} = 400\,\text{К}$.

5.5^B. В цилиндре под поршнем находится водород при температуре t_1 = 30 °С, занимающий объем V_1 = 8 дм^3 при давлении $P = 2 \cdot 10^5$ Па. Как изменится температура водорода, если при постоянном давлении совершить над ним работу A = 50 Дж?

Ответ. $\Delta T = \dfrac{2AT}{iPV} = 3{,}75\,\text{К}$.

5.6^B. При изобарическом нагревании от температуры t_1 = 20°С до температуры t_2 = 50 °С газ совершает работу A = 2,5 кДж. Определить число молекул газа, участвующих в этом процессе.

Ответ. $N = \dfrac{A}{k(T_2 - T_1)} = 6 \cdot 10^{24}$.

5.7^B. Найти работу изобарического расширения двух молей идеального одноатомного газа, если известно, что концентрация молекул в конечном состоянии вдвое меньше, чем в начальном при температуре T_1 = 300 К.

Ответ. $A = \nu R T_1$ = 5 кДж.

5.8^A. В двух цилиндрах под подвижными поршнями находятся водород и кислород. Сравнить работы, которые совершают эти газы при изобарном нагревании, если их массы, а также начальные и конечные температуры равны.

Ответ. $\dfrac{A_{H_2}}{A_{O_2}} = 16$.

5.9^B. Водород массой m = 2 кг при температуре T = = 300 К охлаждают изохорически так, что его давление падает в n = 3 раза. Затем водород изобарически расширяется. Найти работу газа, если его конечная температура равна начальной.

Ответ. $A = \dfrac{m}{\mu} RT\left(1 - \dfrac{1}{n}\right) = 1{,}66 \cdot 10^6$ Дж.

5.10^{B}. Идеальный одноатомный газ, взятый в количестве ν = 2 кмоль, переводят из одного состояния в другое. При этом температура газа в обоих состояниях одинакова t = = 27 °С. Определить внутреннюю энергию газа в обоих состояниях, ее изменение и работу, совершенную газом при этом переходе, если известно, что газу сообщили количество теплоты Q = 10 кДж.

Ответ. $U = \dfrac{3}{2}\nu RT = 7{,}5 \cdot 10^6$ Дж, ΔU = 0, $A = Q$ = 10 кДж.

5.11^{B}. Гелий объемом V = 1 м^3 при 0 °С находится в цилиндрическом сосуде, закрытом сверху скользящим поршнем массой m = 1 т и площадью сечения S = 0,5 м^2. Атмосферное давление $P_0 = 9{,}73 \cdot 10^4$ Па. Какое количество теплоты потребуется для нагревания гелия до температуры t = 300 °С? Каково изменение его внутренней энергии? Трение не учитывать.

Ответ. $Q = \dfrac{5}{2}\left(\dfrac{mg}{S} + P_0\right)V_0\left(\dfrac{T}{T_0} - 1\right) = 3{,}21 \cdot 10^5$ Дж;

$$\Delta U = \frac{3}{5}Q = 1{,}93 \cdot 10^5 \text{ Дж.}$$

§ 6. Теплоемкость идеальных газов

При сообщении теплоты какой-либо системе ее температура может изменяться (изменяться ее внутренняя энергия). Различные системы в разной мере увеличивают свою температуру при одном и том же количестве сообщенного тепла. Очевидно также, что для того, чтобы поднять температуру различных систем на один градус, требуется разное количество теплоты. Эти тепловые свойства системы характеризуются ее теплоемкостью. *Теплоемкостью системы* $C_{\text{сист}}$ (тела, данной массы газа и др.) называется отношение количества сообщенной системе теплоты Q к приращению температуры системы ΔT:

$$C_{\text{сист}} = \frac{Q}{\Delta T}, \tag{6.1}$$

Очевидно, что для одних и тех же веществ, тела большей массы будут иметь бо́льшую теплоемкость.

Для того чтобы сравнить удельные теплоемкости веществ, необходимо взять эти вещества в равной мере. В связи с этим вводят понятия теплоемкости единицы массы вещества (*удельная теплоемкость*) и теплоемкости одного моля вещества (*молярная теплоемкость*).

Удельной теплоемкостью c называется количество теплоты, необходимое для нагревания единицы массы вещества на один градус:

$$c = \frac{C_{\text{сист}}}{m} = \frac{Q}{\Delta T}\frac{1}{m}. \tag{6.2}$$

Молярной теплоемкостью C вещества называется количество теплоты, необходимое для нагревания одного моля вещества на один градус:

$$C = \frac{C_{\text{сист}}}{\nu} = \frac{Q}{\Delta T}\frac{\mu}{m} = c \cdot \mu. \tag{6.3}$$

Величина теплоемкостей зависит от того, в каких условиях происходит нагрев системы. Действительно, исходя из первого начала термодинамики, теплота, сообщаемая системе, расходуется на нагрев системы (увеличение внутренней энергии системы) и на работу A, совершаемую системой. Если система не будет совершать положительной работы, то она нагреется сильнее, т.е. ее теплоемкость будет меньше.

Проиллюстрируем это на примере идеальных газов.

В газах важное значение имеют две теплоемкости – *теплоемкость C_V при постоянном объеме газа и теплоемкость C_P при постоянном давлении.*

Вычислим каждую из них. Для этого подставим в выражение (6.1) для теплоемкости газа значение Q из первого начала термодинамики.

Для изохорического процесса первое начало термодинамики имеет вид: $Q = \Delta U$. Отсюда $C_{\text{сист}V} = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U}{\Delta T}$. Используя выражение (3.4) для приращения внутренней энергии идеального газа, получим:

$$C_{\text{сист}V} = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}R. \qquad (6.4)$$

Для идеального одноатомного газа $C_{\text{сист}V} = \frac{3}{2}\frac{m}{\mu}R$.

Удельная (6.3) и молярная (6.4) теплоемкости будут иметь вид

$$c_V = \frac{1}{\mu}\frac{i}{2}R; \qquad (6.5)$$

$$C_V = \frac{i}{2}R. \qquad (6.6)$$

Для изобарического процесса первое начало термодинамики имеет вид $Q = \Delta U + A$. Отсюда

$$C_P = \frac{\Delta U}{\Delta T} + \frac{A}{\Delta T} = C_V + P\frac{\Delta V}{\Delta T}. \qquad (6.7)$$

Для того чтобы найти значение $\frac{\Delta V}{\Delta T}$, запишем уравнение Менделеева – Клапейрона (1.1) и возьмем приращения его левой и правой частей: $\Delta(PV) = \Delta\left(\frac{m}{\mu}RT\right)$. С учетом постоянства давления получим: $P\Delta V = \frac{m}{\mu}R\Delta T$, или $\frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{m}{\mu}\frac{R}{P}$,

$$C_{\text{сист}P} = C_{\text{сист}V} + \frac{m}{\mu}R = \frac{m}{\mu}\left(\frac{i}{2}R + R\right) = \frac{m}{\mu}\frac{i+2}{2}R. \qquad (6.8)$$

Удельная и молярная теплоемкости будут иметь вид

$$c_P = \frac{1}{\mu}\frac{i+2}{2}R; \qquad (6.9)$$

$$C_P = \frac{i+2}{2}R. \qquad (6.10)$$

Легко видеть, что теплоемкости при постоянном давлении больше соответствующих теплоемкостей при постоянном объеме.

Сравнивая молярные теплоемкости C_V (6.6) и C_P (6.10), найдем, что для идеального газа:

$$C_P = C_V + R\,. \tag{6.11}$$

Это соотношение называется *уравнением Р. Майера.*

Уравнения (6.4) – (6.11) позволяют вычислить теплоемкости в соответствующих процессах. Введение понятия теплоемкости позволяет вычислить количество теплоты, сообщаемое системе. Если теплоемкость системы в заданном процессе постоянна, то количество теплоты можно вычислить по соотношению:

$$Q = C_{\text{сист}}\Delta T = C_{\text{сист}}\underbrace{\left(T_{\text{кон}} - T_{\text{нач}}\right)}_{\Delta T} = mc\Delta T = \nu C\Delta T\,. \tag{6.12}$$

Используя понятие теплоемкости, первому началу термодинамики можно придать вид

$$C_{\text{сист}}\Delta T = C_{\text{сист}V}\Delta T + A\,, \tag{6.13}$$

где $C_{\text{сист}}$ – теплоемкость системы в заданном процессе; $C_{\text{сист}V}$ – теплоемкость системы при постоянном объеме.

Определение теплоемкости как отношение $\dfrac{Q}{\Delta T}$ справедливо, когда теплоемкость системы постоянна в течение всего процесса или когда речь идет о средней теплоемкости: $\left\langle C_{\text{сист}}\right\rangle = \dfrac{Q}{\Delta T}$. В случае, когда теплоемкость системы непостоянна она равна отношению: $C_{\text{сист}} = \dfrac{\delta Q}{\mathrm{d}T}$.

Для ее определения нужно воспользоваться первым началом термодинамики, записанным для элементарных процессов (4.6):

$$\delta Q = \mathrm{d}U + \delta A = \mathrm{d}U + P\mathrm{d}V\,,$$

где δQ – элементарное (бесконечно малое) количество теплоты, сообщенное системе; $\mathrm{d}U$ – бесконечно малое приращение внутренней энергии; δA – элементарная (бесконечно малая) работа газа. Тогда теплоемкость газа будет равна: $C = C_V + P\dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}T}$.

Примеры

Пример 6.1. Какую работу совершает один моль газа при изобарном повышении температуры на 1 К.

Дано: $\nu = 1$ моль, $\Delta T = 1$ К; $A = ?$

Решение. Из уравнения (6.13), получим:

$$\underbrace{\frac{i+2}{2}}_{C_{\text{сист}}=C_{\text{сист}P}} R\nu\Delta T = \underbrace{\frac{i}{2}}_{C_{\text{сист}V}} R\nu\Delta T + A.$$

Тогда $A = R \cdot \Delta T = 8{,}3$ Дж.

Исходя из полученного результата, можно дать следующий физический смысл универсальной газовой постоянной R: *универсальная газовая постоянная R численно равна той работе, которую совершают силы давления одного моля любого газа при нагревании его при постоянном давлении на один Кельвин.*

Пример 6.2. Для нагревания газа массой 1 кг на 1 К при постоянном давлении требуется количество теплоты $Q_P = 912$ Дж, а при постоянном объеме $Q_V = 649$ Дж. Какой это газ?

Дано: $m = 1$ кг, $\Delta T = 1$ К, $Q_P = 912$ Дж, $Q_V = 649$ Дж; $\mu = ?$

Решение. Запишем первое начало термодинамики для двух данных процессов в виде (6.12):

$$Q_P = \nu C_P \Delta T = \frac{m}{\mu} C_P \Delta T, \quad Q_V = \nu C_V \Delta T = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T.$$

Выразим из этих уравнений C_P и C_V и подставим эти значения в уравнение Майера (6.11).

$$C_P - C_V = R = \frac{\mu}{m\Delta T}(Q_P - Q_V).$$

Отсюда $\mu = \dfrac{Rm\Delta T}{Q_P - Q_V} = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Это молекулярный кислород O_2.

Задачи

6.1$^{\boldsymbol{B}}$. Одноатомный идеальный газ при нормальных условиях имеет плотность ρ. Найти удельные теплоемкости c_P и c_V.

Указание: из уравнения состояния идеального газа выразить молярную массу и найти соответствующие теплоемкости.

Ответ. $c_V = \dfrac{3P_{\text{норм}}}{2\rho T_{\text{норм}}}$; $c_P = \dfrac{5P_{\text{норм}}}{2\rho T_{\text{норм}}}$.

6.2$^{\boldsymbol{B}}$. В сосуде под поршнем находится одноатомный газ. В каком случае требуется больше теплоты для нагревания газа на одну и ту же температуру и во сколько раз, если: а) поршень закреплен; б) поршень движется без трения?

Ответ. $\dfrac{Q_a}{Q_b} = \dfrac{i}{i+2} = \dfrac{3}{5}$.

6.3*. Один моль идеального одноатомного газа расширяется по закону $P = \alpha V$, где $\alpha = \text{const}$. Найти молярную теплоемкость газа. Теплоемкость в этом процессе постоянна.

Указание: выразить молярную теплоемкость из (6.13), т.е. из $C = \dfrac{\Delta U}{\Delta T} + \dfrac{A}{\Delta T} = C_V + \dfrac{A}{\Delta T}$. *Работу газа A в данном процессе вычислить, используя график процесса в координатах P-V при этом учесть, что:* $\Delta(PV) = R\Delta T$, *а* $P_{\text{кон}} = V_{\text{нач}} = P_{\text{нач}}V_{\text{кон}}$.

Ответ. $C = 2R$.

§ 7. Адиабатный процесс. Уравнение адиабаты идеального газа

Помимо рассматриваемых изопроцессов в газах, большой практический интерес представляет адиабатический, или адиабатный, процесс. Его широко применяют в циклах двигателей внутреннего сгорания, холодильных установках, огнетушителях и т.д.

Процесс называют адиабатическим, если в нем отсутствует теплообмен между системой и внешней средой.

Адиабатный процесс подчиняется условию $\delta Q = 0$.

Следует подчеркнуть, что отсутствие теплообмена нельзя формулировать как полная теплота Q_{12}, полученная системой в процессе 1-2, равна нулю. В самом деле, из равенства $Q_{12} = 0$ вовсе не следует, что на отдельных участках рассматриваемого процесса нет теплообмена между системой и внешней средой. Оно означает лишь то, что в целом за весь процесс количество подведенной теплоты равно количеству отданной теплоты.

Адиабатный процесс − идеализированный. Практически с хорошим приближением адиабатный процесс осуществляется при достаточно быстром расширении или сжатии газа.

Из первого начала термодинамики следует, что при адиабатном процессе $Q = 0 = \Delta U + A$. Это означает, что работа A, совершаемая системой, производится за счет убыли ее внутренней энергии, т.е. охлаждения:

$$A = -\Delta U . \tag{7.1}$$

Это соотношение позволяет вычислить работу сил давления газа при адиабатическом процессе, используя уравнения (4.3) − (4.4):

$$A = -\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R(T_{\text{нач}} - T_{\text{кон}}) = -\frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T , \tag{7.2}$$

или

$$A = \frac{i}{2}(P_{\text{нач}}V_{\text{нач}} - P_{\text{кон}}V_{\text{кон}}) . \tag{7.3}$$

Адиабатный процесс описывается уравнением Пуассона:

$$PV^{\gamma} = \text{const}, \tag{7.4}$$

где $\gamma = \dfrac{c_P}{c_V} = \dfrac{i+2}{i}$ − коэффициент Пуассона.

Для одноатомных газов ($i = 3$) $\gamma = 1{,}67$.

Для двухатомных газов ($i = 5$) $\gamma = 1{,}4$.

Для многоатомных газов ($i = 6$) $\gamma = 1{,}33$.

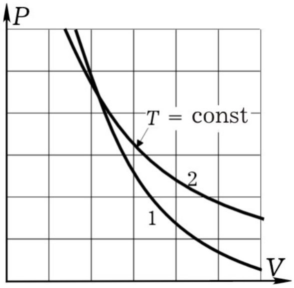


Рис. 7.1

Линию, изображающую адиабатный процесс на графиках, называют адиабатой. На рис 7.1 показаны адиабата *1* и изотерма *2* для идеального газа.

На диаграмме *P*-*V* адиабата идет всегда круче изотермы. Объясняется это тем, что при адиабатном расширении уменьшение давления обусловлено не только уменьшением объема газа, как при изотермическом расширении, но и уменьшением температуры газа.

Примеры

Пример 7.1. При адиабатическом сжатии аргона массой 1 кг совершена работа 10^5 Дж. Какова будет конечная температура T_2 газа, если до сжатия аргон находился при температуре $t_1 = 27$ °C?

Дано: $m = 1$ кг, $A = 10^5$ Дж, $t_1 = 27$ °C, ($T_1 = 300$ К), $i = 3$? $\mu = 40$ кг/моль; $T_2 = ?$

Решение. По определению (7.2), работа сил давления газа $A_г$ при адиабатическом процессе равна: $A_г = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R(T_1 - T_2)$.

Работа внешних сил A и работа сил давления газа $A_г$ противоположны по знаку. $A_г = -A$. Тогда

$$\frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R(T_1 - T_2) = -A \quad \text{и} \quad T_2 = T_1 + \frac{2\mu A}{imR} = 620\,\text{К}.$$

Задачи

7.1^A. Определить работу, совершаемую при адиабатическом сжатии ν молей идеального одноатомного газа, если его температура уменьшилась на ΔT.

Ответ. $A = \frac{3}{2}\nu RT$.

7.2^A^. При адиабатном процессе газом была совершена работа $A = 150$ Дж. Как и на сколько изменилась его внутренняя энергия?

Ответ. Уменьшилась на 150 Дж.

7.3^A^. Определить работу адиабатического расширения гелия массой $m = 4$ г, если температура при этом понизилась на $\Delta t = 27$ °С.

Ответ. $A = \dfrac{3}{2}\nu R\Delta T = 336{,}5$ Дж.

§ 8. Второе начало термодинамики. Тепловые машины. Цикл Карно. КПД тепловой машины

Второе начало термодинамики позволяет судить о *направлении* процессов, происходящих в действительности. Допустим, что в теплонепроницаемой (адиабатической) оболочке находятся в тепловом контакте две системы при разных температурах T_1 и T_2. Между этими системами начнется теплообмен. Первое начало термодинамики не содержит указаний относительно того, какая система будет получать тепло, а какая отдавать. Этот закон требует только одного – количества отданной и полученной теплоты должны быть равны. Однако практика показывает, что не любые направления процессов возможны. Опыт показывает, что в приведенном примере теплота всегда передается от системы с большей температурой к системе менее нагретой.

Анализируя многочисленные факты подобного рода, немецкий физик Рудольф Клаузиус в 1850 г. выдвинул положение, которое может служить формулировкой *второго начала термодинамики: «Невозможен процесс, единственным результатом которого является передача теплоты от менее нагретого тела к более нагретому»*.

Независимо от Клаузиса Вильям Томсон (лорд Кельвин) в 1851 г. дал такую формулировку второго начала термодинамики: *«Невозможен круговой процесс, единственным и* *конечным результатом которого было бы производство работы за счет охлаждения теплового резервуара».*

Можно показать, что из отрицания справедливости первого утверждения следует отрицание справедливости второго и наоборот. Этим доказывается полная эквивалентность обеих формулировок второго начала термодинамики. Например, допустим, что нарушается утверждение Томсона, т.е. всю теплоту, полученную от нагревателя с температурой T_1, можно полностью превратить в работу A. Всю эту работу можно с помощью трения израсходовать на передачу тепла другому телу с температурой $T_2 > T_1$. В результате получим, что тепло от нагревателя с меньшей температурой T_1 перетекает к телу с большей температурой T_2, что противоречит формулировке Клаузиса.

Второй закон термодинамики указывает на неравноценность двух форм передачи энергии – теплоты и работы. Этот закон показывает, что *процесс перехода упорядоченного движения тела как целого в неупорядоченное, хаотическое движение частиц (в тепло) необратим*.

Например, при соскальзывании бруска с наклонной плоскости с постоянной скоростью вся потенциальная энергия расходуется с помощью трения на нагревание трущихся поверхностей, т.е. энергия упорядоченного движения перешла в энергию хаотического движения. Однако обратный процесс никогда не осуществляется: брусок никогда не поднимется сам по себе вверх по наклонной плоскости за счет охлаждения трущихся поверхностей, хотя это и не противоречит первому началу термодинамики.

Упорядоченное движение может переходить в хаотическое без каких-либо дополнительных процессов. Переход же хаотического движения в упорядоченное движение тел возможен лишь при наличии дополнительного (компенсационного) процесса. Например, при изотермическом расширении газа энергия хаотического движения его молекул переходит в энергию упорядоченного движения поршня, но при этом газ увеличивает свой объем.

ТЕПЛОВЫЕ МАШИНЫ

Тепловой машиной будем называть устройство, преобразующее тепловую энергию в механическую.

Исходя из этого определения, ее схема должна выглядеть так, как показано на рис. 8.1.

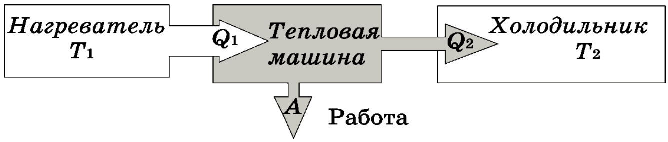


Рис. 8.1

Тепловая машина получает тепло Q_1 от нагревателя и преобразует его в работу A. Но, так как тепло Q_1 нельзя полностью превратить в работу A (второе начало термодинамики), часть тепла Q_2 необходимо отдать холодильнику.

Количество теплоты Q и работа A – величины алгебраические, т.е. они могут быть как положительными, так и отрицательными. Если, рассчитывая количество теплоты в некотором процессе по первому началу термодинамики, получили отрицательное значение, это означает, что система в этом процессе не получило, а отдало это количество теплоты. Например, в нашей схеме теплота Q_2 для тепловой машины будет отрицательной.

В основе работы тепловых машин лежат *круговые процессы*, или *циклы*, – совокупность термодинамических процессов, в результате чего система возвращается в исходное состояние.

Коэффициент полезного действия (КПД) η любой тепловой машины определяется как отношение совершаемой работы A за один цикл к затраченной теплоте Q_1 в этом же цикле:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}. \qquad (8.1)$$

Для выяснения принципиальных возможностей тепловой машины большое значение имеют *обратимые* и *необратимые* процессы.

Обратимым называется процесс, для которого возможен обратный переход в исходное состояние через <u>*те же*</u> промежуточные состояния, что и в прямом процессе.

Необратимым называется процесс, когда обратный переход через те же состояния невозможен.

Важность введения обратимых и необратимых процессов связана с тем, что тепловые машины, работающие на обратимых процессах (обратимые тепловые машины), имеют больший КПД по сравнению с необратимыми тепловыми машинами. Сравнение производится для тепловых машин, имеющих одинаковые температуры нагревателя и холодильника.

КПД необратимой машины не может быть больше, чем КПД обратимой машины.

Следовательно, достаточно рассмотреть любую обратимую машину и определить ее КПД, чтобы выяснить максимальные возможности любой тепловой машины, работающей при тех же температурах нагревателя и холодильника.

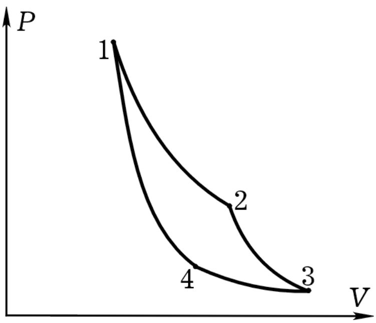


Рис. 8.2

Рабочий цикл тепловой машины, состоящий только из обратимых процессов, называется циклом Карно.

Этот цикл состоит из двух изотерм (1-2, 3-4) и двух адиабат (2-3, 4-1), рис. 8.2.

Можно показать, что максимальный КПД, достигаемый в цикле Карно, равен:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \eta_{max}. \qquad (8.2)$$

Итак, *максимально достижимый КПД тепловых машин определяется лишь температурами нагревателя T_1 и хо-*

лодильника T_2 и не зависит от устройства машины, а также от вида рабочего вещества.

Примеры

Пример 8.1. Найти КПД цикла, представленного на рис. 8.3, если рабочим веществом является идеальный одноатомный газ и $P_2 = 2P_1$, а $V_2 = 2V_1$. Определить отношение минимальной и максимальной температур цикла.

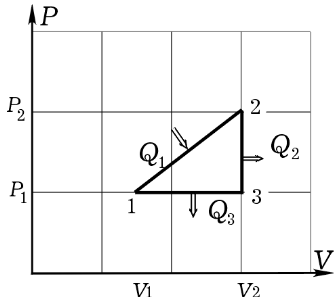


Рис. 8.3

Решение. По определению (8.1), КПД цикла η равен отношению работы газа A за цикл к количеству тепла, полученного от нагревателя Q_1:

$$\eta = \frac{A_{1231}}{Q_1}.$$

Работа газа за цикл численно равна площади цикла на диаграмме P-V. Следовательно:

$$A_{1231} = (P_2 - P_1)(V_2 - V_1)/2 =$$
$$= (2P_1 - P_1)(2V_1 - V_1)/2 = P_1V_1/2.$$

Для того чтобы ответить на вопрос, на каком участке цикла система получает или отдает теплоту, нужно воспользоваться первым началом термодинамики (4.3).

На участке 1-2 внутренняя энергия (3.3) увеличивается, так как в конечной точке 2 произведение PV больше, чем в начальной точке 1 ($P_2V_2 > P_1V_1$). Отсюда следует, что $\Delta U >$ > 0. Работа газа на этом участке также положительна, так как газ расширяется. Следовательно, на участке 1-2 газ получает теплоту Q_1 от нагревателя ($Q_1 > 0$).

На участке 2-3 внутренняя энергия (3.3) уменьшается, так как $P_2V_2 > P_1V_2$. Процесс 2-3 – изохорический, и поэтому работа газа A равна нулю. Следовательно, на участке

2-3 газ отдает теплоту Q_2 холодильнику ($Q_2 < 0$). Рассуждая аналогично, убедитесь, что на участке 3-1 теплота Q_3 также отдается холодильнику ($Q_3 < 0$).

На рис. 8.3 стрелки показывают, получает или отдает газ теплоту в данном процессе.

Теплоту Q_1 найдем из первого начала термодинамики:

$$Q_1 = \Delta U_{12} + A_{12}.$$

Приращение внутренней энергии определим из (4.4):

$$\Delta U_{12} = i/2\ (P_2V_2 - P_1V_1) = 3i/2\ P_1V_1.$$

Работа на участке 1-2 равна площади трапеции V_1-1-2-V_2:

$$A_{12} = 1/2\ (P_2 + P_1)\ (V_2 - V_1) = 3P_1V_1/2.$$

Учитывая, что для одноатомного газа $i = 3$, окончательно получим:

$$\eta = \frac{P_1V_1}{3iP_1V_1 + 3P_1V_1} = \frac{1}{3i+3} \approx 0{,}83 = 8{,}3\%.$$

Можно показать (см. примеры 1.8, 1.9), что в состоянии 2 газ имеет максимальную температуру, а в состоянии 1 – минимальную температуру. Запишем уравнение состояния идеального газа (1.1) для точек 1 и 2:

$$P_1V_1 = \frac{m}{\mu}RT_{\min}, \quad P_2V_2 = \frac{m}{\mu}RT_{\max}.$$

Поделив левые и правые части этих уравнений, получим:

$$\frac{T_{\min}}{T_{\max}} = \frac{1}{4}.$$

Следовательно, если бы цикл при таких температурах нагревателя $T_{\max}$ и холодильника $T_{\min}$ был построен по циклу Карно, то КПД (8.2) такого цикла был бы равен 75%.

Пример 8.2. Найти КПД цикла, состоящего из двух изохор (4-1, 2-3) и двух адиабат (1-2, 3-4), рис. 8.4, если рабочим веществом является идеальный одноатомный газ, а $V_2 = 2V_1$.

Решение. По определению (8.1), КПД цикла η равен $\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$. По условию участки 1-2 и 3-4 – адиабаты, и, следовательно, на этих участках теплообмен отсутствует.

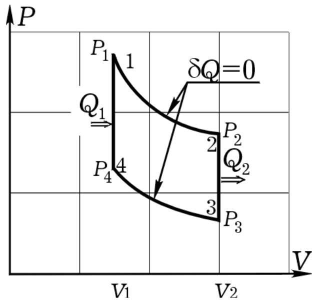


Рис. 8.4

Участки 4-1 и 2-3 – процессы изохорические, и первое начало термодинамики для них имеет вид (4.4):

$$Q = \Delta U = \frac{i}{2}(P_{\text{кон}}V_{\text{кон}} - P_{\text{нач}}V_{\text{нач}}).$$

На участке 4-1 внутренняя энергия газа возрастает, так как $P_1V_1 > P_4V_1$. Следовательно, по первому началу термодинамики (4.3) на участке 4-1 теплота поглощается ($Q_1 > 0$). Аналогично убедитесь, что на участке 2-3 теплота выделяется (отдается), т.е. $Q_2 < 0$. Тогда

$$Q_1 = \frac{i}{2}(P_1V_1 - P_4V_1) > 0; \quad Q_2 = \frac{i}{2}(P_3V_2 - P_2V_2) < 0$$

и

$$|Q_2| = \frac{i}{2}(P_2V_2 - P_3V_2), \quad \eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{V_2(P_2 - P_3)}{V_1(P_1 - P_4)}.$$

Используя уравнение адиабаты (7.4), для участков 1-2 и 3-4 получим: $P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma$ и $P_3V_2^\gamma = P_4V_1^\gamma$. Выражая из этих уравнений P_2 и P_3 и подставляя полученные значения в уравнение для КПД, получим:

$$\eta = 1 - \frac{V_2(P_1 - P_4)}{V_1(P_1 - P_4)}\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = 1 - \frac{1}{k^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{k^{2/i}} = 25\%,$$

где $k = V_2/V_1$ – коэффициент сжатия.

Из анализа полученного выражения для η видно, что КПД *цикла увеличивается с ростом коэффициента сжа-*

тия k. Например, при $k = 4$, $\eta = 63\%$. Этот вывод является общим при построении тепловых двигателей.

Пример 8.3. В каком случае КПД идеальной тепловой машины η (машины Карно) увеличится больше: при увеличении температуры нагревателя на ΔT или при таком же понижении температуры холодильника?

Решение. При увеличении температуры нагревателя на ΔT КПД идеальной тепловой машины η_1 равен:

$$\eta_1 = 1 - \frac{T_2}{T_1 + \Delta T}.$$

При понижении температуры холодильника на ΔT КПД идеальной тепловой машины η_2 равен: $\eta_2 = 1 - \dfrac{T_2 - \Delta T}{T_1}$.

Возьмем разность значений КПД ($\eta_2 - \eta_1$) и определим знак этой разности:

$$(\eta_2 - \eta_1) = \frac{T_2}{T_1 + \Delta T} - \frac{T_2 - \Delta T}{T_1} = \frac{\Delta T(T_1 + \Delta T - T_2)}{(T_1 + \Delta T)T_1}.$$

Эта величина всегда положительная, так как $(T_1 + \Delta T) > T_2$. Следовательно, $\eta_2 > \eta_1$.

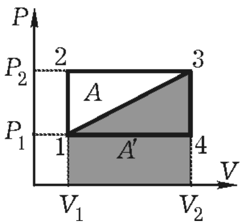


Рис. 8.5

Пример 8.4. На рис. 8.5 дан прямоугольный цикл 1-2-3-4-1. КПД этого цикла равен η. Определить КПД η_1 цикла 1-2-3-1, и КПД η_2 цикла 1-3-4-1.

Решение. По определению (8.1) КПД цикла 1-2-3-4-1 равен:

$$\eta = \frac{A_{1-2-3-4-1}}{Q_1} = \frac{2A}{Q_{1-2-3}},$$

где $A_{1\text{-}2\text{-}3\text{-}4\text{-}1} = 2A$ − работа газа в этом цикле; A − работа газа в цикле 1-2-3-1; $Q_1 = Q_{1\text{-}2\text{-}3}$ − теплота, полученная в цикле 1-2-3-4-1 на участках 1-2 и 2-3. На участках 3-4 и 4-1 теплота отдается (см. пример 1).

КПД цикла 1-2-3-1 равен: $\eta_1 = \dfrac{A_{1-2-3-1}}{Q_{1-2-3}} = \dfrac{A}{Q_{1-2-3}} = 0,5\eta$.

С другой стороны, теплоту $Q_{1\text{-}2\text{-}3}$ можно вычислить, используя первое начало термодинамики (4.3): $Q_{1\text{-}2\text{-}3} = \Delta U_{1\text{-}3} + A + A'$, где A' – работа газа, численно равная затененной площади трапеции на рис. 8.5. Тогда

$$\eta_1 = \frac{A}{\Delta U_{1-3} + A + A'},$$

или

$$\frac{1}{\eta_1} = \frac{\Delta U_{1-3} + A + A'}{A} = \frac{\Delta U_{1-3} + A'}{A} + 1\,.$$

КПД цикла 1-3-4-1 равен: $\eta_2 = \dfrac{A_{1-3-4-1}}{Q_{1-3}} = \dfrac{A}{Q_{1-3}}$, где $Q_{1\text{-}3}$ – теплота, полученная в цикле 1-3-4-1 на участке 1-3.

Теплоту $Q_{1\text{-}3}$ вычислим с помощью первого начала термодинамики: $Q_{1\text{-}3} = \Delta U_{1\text{-}3} + A'$. Тогда $\eta_2 = \dfrac{A}{\Delta U_{1-3} + A'}$, или

$$\frac{1}{\eta_2} = \frac{\Delta U_{1-3} + A'}{A} = \frac{1}{\eta_1} - 1 = \frac{1}{0,5\eta} - 1\,.$$

Следовательно, $\eta_2 = \dfrac{0,5\eta}{1 - 0,5\eta} = \dfrac{\eta}{2 - \eta}$.

Пример 8.3*. Найти КПД цикла, состоящего из двух изотерм и двух изохор (рис. 8.6), если рабочим веществом является идеальный одноатомный газ и $T_2 = 4T_1$, а $V_2 = 3V_1$.

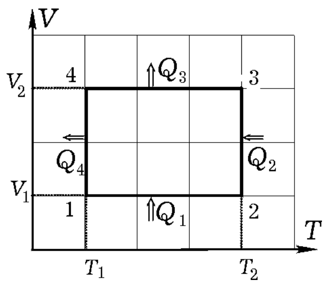


Рис. 8.6

Решение. Используя первое начало термодинамики для изохорического (4.4) и изотермического (4.5) процессов, выясним, в каких процессах цикла теплота выделяется, а каких отдается.

В изохорических процессах 1-2 и 3-4 работа не совершается и $Q = \Delta U$. В процессе 1-2 температура повышается и, следовательно, $Q_1 = \Delta U_{1-2} > 0$. В процессе 3-4 температура понижается и $Q_3 = \Delta U_{3-4} < 0$. В изотермических процессах 2-3 и 4-1 не изменяется внутренняя энергия $\Delta U = 0$ и $Q = A$. В процессе 2-3 газ расширяется и $Q_2 = A_{2\text{-}3} > 0$. В процессе 4-1 газ сжимается и $Q_2 = A_{4\text{-}1} < 0$.

Полная работа в цикле, которая совершается силами давления газа, равна:

$$A = A_{2\text{-}3} - A_{4\text{-}1} = \nu R(T_2 - T_1)\ln(V_2/V_1) = \nu R3T_1\ln 3.$$

Газ в цикле получает теплоту в процессах 1-2 и 2-3. Следовательно,

$$Q = \Delta U_{1-2} + A_{2-3} =$$

$$= \frac{i}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \nu RT_2\ln\frac{V_2}{V_1} = \nu R\left(\frac{3}{2}3T_1 + 4T_1\ln 3\right).$$

Тогда $\eta = \dfrac{A}{Q} = \dfrac{3\nu RT_1\ln 3}{\nu RT_1\left(\dfrac{9}{2} + 4\ln 3\right)} = \dfrac{6\ln 3}{9 + 8\ln 3} = 37\%$.

Задачи

8.1[A]. Три четверти теплоты, полученной от нагревателя при осуществлении цикла Карно, передается холодильнику. Температура нагревателя T_1 = 400 К. Найти температуру холодильника.

Ответ. $T_2 = 300\,\text{K}$.

8.2[B]. Идеальный тепловой двигатель за t = 0,5 ч получает от нагревателя количество теплоты Q_1 = 150 кДж. Определить полезную мощность двигателя, если он отдает холодильнику количество теплоты Q_2 = 100 кДж.

Ответ. $N = \dfrac{Q_1 - Q_2}{\Delta t} = 27{,}8\,\text{Дж}$.

8.3[A]. Количество теплоты, полученное от нагревателя тепловым двигателем, равно Q_1 = 20 кДж. За это же время он отдает холодильнику количество теплоты $Q_2 = 0{,}75Q_1$. Найти КПД этого двигателя и работу, совершаемую им.

Ответ. $\eta = 25\%$; $A = 5\,\text{кДж}$.

8.4^{B}. КПД цикла Карно $\eta = 1/4$. Во сколько раз нужно увеличить температуру нагревателя (оставляя неизменной температуру холодильника), чтобы КПД увеличился вдвое?

Ответ. $n = \dfrac{1-\eta}{1-2\eta} = 1{,}5$.

8.5^{B}. Температура нагревателя идеальной тепловой машины t = 117 °С, а холодильника − t = 27 °С. Количество теплоты, получаемое машиной от нагревателя за 1 с, равно Q = 60 кДж. Вычислить КПД машины, количество теплоты, отдаваемое холодильнику за 1 с, и мощность машины.

Ответ.

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 23\%;\ Q_2 = Q\frac{T_2}{T_1} = 46\text{ Дж};\ N = Q\frac{T_1 - T_2}{T_1} = 14\text{ кВт}.$$

8.6^{B}. Тепловая машина работает по циклу Карно. Температура нагревателя T_1 = 600 К, температура холодильника T_2 = 300 К. Работа, совершаемая газом при изотермическом расширении, A_1 = 200 Дж. Найти КПД цикла и теплоту, которая отдается холодильнику за один цикл.

Ответ. $\eta = 50\%;\ Q_2 = A\dfrac{T_2}{T_1} = 100\text{ Дж}$.

8.7^{B}. В идеальной тепловой машине за счет каждого килоджоуля энергии, получаемой от нагревателя, совершается работа A = 300 Дж. Определить КПД машины и температуру нагревателя, если температура холодильника T_2 = 280 К.

Ответ. $\eta = \dfrac{A}{Q} = 30\%;\ T_1 = T_2\dfrac{Q_1}{Q_1 - A} = 400\text{ К}$.

8.8*. Найти КПД цикла представленного на рис. 8.7, если рабочим веществом является идеальный одноатомный газ и $P_2 = 2P_1$, $V_2 = 2V_1$, а процесс 2-3 − изотермический.

Ответ.

$$\eta = 1 - \gamma\frac{n-1}{n-1+(\gamma-1)\cdot n\cdot \ln n}.$$

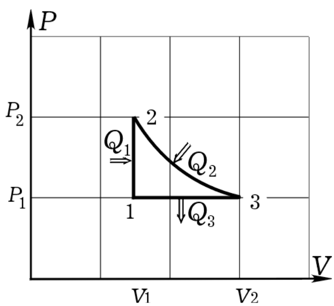


Рис. 8.7

8.9*. Найти КПД цикла представленного на рис. 8.8, если рабочим веществом является идеальный газ $V_2 = kV_1$, а процесс 2-3 – адиабатический.

Ответ. $\eta = 1 - \gamma \dfrac{(k-1)}{(k^{\gamma}-1)}$, где C_P/C_V.

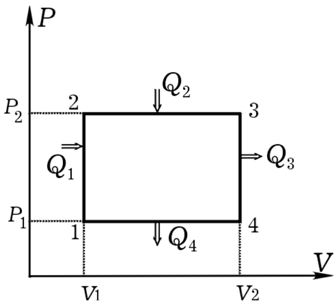


Рис. 8.8

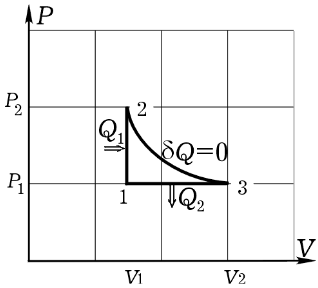


Рис. 8.9

8.10^C. Найти КПД цикла 1-2-3-4 представленного на рис. 8.9, если рабочим веществом является идеальный газ и $P_2 = nP_1$, $V_2 = kV_1$. Чему равен максимальный КПД такого цикла и при каких значениях n и k?

Указание: вычислите значения Q_1, Q_2, Q_3 и Q_4, используя первое начало термодинамики (4.1), а затем КПД:

$$\eta = 1 - \frac{Q_3 + Q_4}{Q_1 + Q_2}.$$

Ответ. $\eta = \dfrac{(n-1)(k-1)}{i(n-1)+(i+2)(k-1)n}$, где i – число степеней свободы молекулы газа, при $n >> 1$, $k >> 1$ $\eta \to \dfrac{2}{i+2}$.

§ 9. Уравнение теплового баланса

Вещество может находиться в трех агрегатных состояниях – газообразном, жидком и твердом. На рис. 9.1 обозначены всевозможные переходы между агрегатными состояниями вещества.

Переход вещества из твердого состояния в жидкость называется *плавлением*. Обратный переход называется *кристаллизацией*.

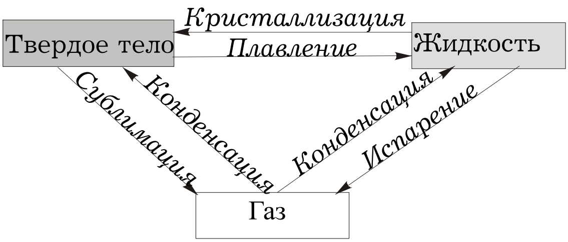


Рис. 9.1

Переход жидкости в газообразное состояние называется *испарением*, а переход твердого тела в газообразное – *сублимацией*. Обратные переходы называются *конденсацией*.

Процесс плавления кристаллического вещества начинается и проходит *только* при достижении определенной температуры, которая называется температурой плавления $T_{пл}$. Температура плавления зависит от давления. Температуры плавления кристаллических веществ при нормальном давлении (1 атм) приводятся в соответствующих таблицах. Для того чтобы расплавить вещество массой m, требуется подвести определенное количество теплоты Q, которое вычисляется согласно выражению:

$$Q = \lambda_{пл} \cdot m\,, \qquad (9.1)$$

где $\lambda_{пл}$ – количество подводимой теплоты, необходимой для плавления единицы массы вещества, называемое *удельной теплотой плавления*.

В жидкостях и твердых телах при любой температуре имеется некоторое количество молекул, энергия которых оказывается достаточной для того, чтобы преодолеть притяжение других молекул и покинуть поверхность жидкости или твердого тела и перейти в газообразное состояние. При испарении и сублимации тело покидают самые быстрые молекулы, вследствие чего средняя скорость молекул уменьшается, и вещество охлаждается. Поэтому для поддержания постоянной температуры испаряющегося или сублимирующего тела также необходимо подводить определенное количество теплоты. Количество подводимой теплоты Q, необходимой для испарения вещества массы m, равно:

$$Q = r \cdot m\,, \tag{9.2}$$

где r – *удельная теплота испарения (парообразования).*

В отличие от плавления процесс испарения происходит при любой температуре. При непрерывном сообщении веществу тепловой энергии часть ее идет на испарение вещества, а оставшаяся часть – на нагрев вещества. Эта ситуация продолжается до тех пор, пока температура вещества не достигнет значения, при которой значение насыщенного пара нагреваемого вещества будет равно внешнему давлению. Эта температура $T_{кип}$ называется температурой кипения. Например, температура кипения чистой воды при атмосферном давлении равна 100 °С.

После достижения температуры кипения $T_{кип}$ процесс испарения происходит при постоянной температуре $T_{кип}$, и вся подводимая теплота идет на испарение вещества. Как правило, в предлагаемых задачах полагается, что до достижения температуры кипения $T_{кип}$ вся подводимая теплота расходуется на нагрев вещества, а при температуре $T_{кип}$ вся теплота идет на испарение.

Рассмотрим процессы, которые происходят при сообщении теплоты некоторому количеству вещества, на следующем примере.

Примеры

Пример 9.1. В сосуде находится лед (H_2O) массой $m = 0{,}1$ кг при температуре −25 °С. К сосуду подводится тепловая энергия. Описать происходящие процессы и построить график зависимости температуры воды от количества подведенной теплоты. Удельные теплоемкости воды $c_в = 4{,}2$ кДж/(кг · К), льда $c_л = 2{,}1$ кДж/(кг · К). Удельная теплота плавления льда $\lambda = 0{,}34$ МДж/кг, удельная теплота испарения воды r = 2,3 МДж/кг. Теплоемкостью сосуда пренебречь.

Дано: m = 0,1 кг, $t_{\text{л}}$ = −25 °С, $c_{\text{в}}$ = 4,2 кДж/(кг · К) $c_{\text{л}}$ = = 2,1 кДж/(кг · К), λ = 0,34 МДж/кг, r = 2,3 МДж/кг; t = ?

Решение. 1. При температуре −25 °С и атмосферном давлении лед не плавится, и поэтому сначала лед будет нагреваться до температуры плавления, равной 0 °С. На этот процесс потребуется количество теплоты Q_1, определяемое по уравнению (6.12):

$$Q_1 = mc_{\text{л}}(t_{\text{пл}} - t_{\text{л}}) \cong 5\,\text{кДж}\,.$$

В процессе нагрева льда до температуры 0 °С его температура t линейно зависит от количества подводимой теплоты Q. Все описываемые процессы будем изображать в виде графика зависимости температуры t термодинамической системы от количества подводимой теплоты Q (рис. 9.2).

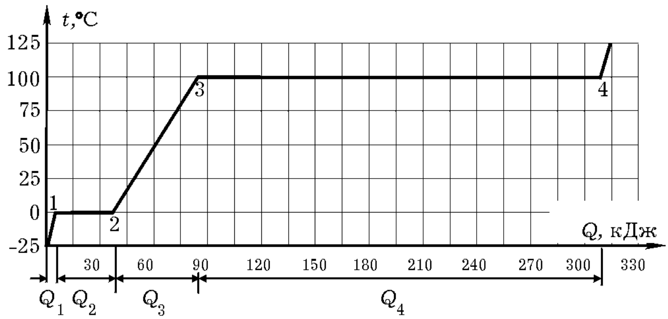


Рис. 9.2

2. При дальнейшем подводе тепла лед начинает плавиться при постоянной температуре 0 °С (процесс 1-2 на рис. 9.2). Количество теплоты, требуемое для расплавления льда массой m, определяется по формуле (9.1):

$$Q_2 = \lambda\lambda_{\text{л}} m = 34\,\text{кДж}\,.$$

В конце этого процесса образуется вода в жидком состоянии при температуре 0 °С. Масса образовавшейся воды будет равна массе льда.

3. При дальнейшем подводе тепла вода начинает нагреваться от 0 до 100 °С (процесс 2-3 на рис. 9.2). На этот процесс потребуется количество теплоты Q_3, определяемое по уравнению (6.12):

$$Q_3 = mc_{\text{в}}(t_{\text{кон}} - t_{\text{нач}}) \cong 42\,\text{кДж}.$$

В конце процесса вода будет иметь температуру 100 °С.

4. Когда температура воды достигнет 100 °С, вся подводимая теплота будет расходоваться на ее испарение (процесс 3-4 на рис. 9.2). Эта теплота вычисляется из соотношения (9.1):

$$Q_4 = r \cdot m = 230\,\text{кДж}.$$

В конце этого процесса образуется водяной пар при температуре 100 °С. Масса пара будет равна массе воды, полученной изо льда.

5. Дальнейшее подведение тепла приводит к нагреванию водяного пара (процесс 4-5 на рис. 9.2). Этот процесс требует количество теплоты Q, определяемое по уравнению (6.12):

$$Q = mc_{\text{пара}}(t_{\text{кон}} - t_{\text{нач}}).$$

Удельная теплоемкость пара $c_{\text{пара}}$ зависит от того, в каких условиях будет протекать нагрев.

Полученные результаты полезно представить в виде следующей таблицы:

Процесс	Количество теплоты	Результат процесса
1. Нагрев льда	$Q_1 = mc_{\text{л}}\Delta T = 5\,\text{кДж}$	Лед при 0 °С
2. Плавление льда	$Q_2 = \lambda_{\text{л}} m = 34\,\text{кДж}$	Вода при 0 °С
3. Нагрев воды	$Q_3 = mc_{\text{в}}(t_{\text{кон}} - t_{\text{нач}}) \cong 42\,\text{кДж}$	Вода при 100 °С
4. Испарение воды	$Q_4 = r \cdot m = 230\,\text{кДж}$	Водяной пар при 100 °С

Все рассмотренные процессы требуют подведения теплоты. Перечислим процессы, в которых выделяется тепловая энергия:

а) теплота выделяется при охлаждении систем, если система не совершает работы;

б) теплота выделяется при переходах жидкость-твердое тело и газ-жидкость, твердое тело;

в) теплота выделяется при сжигании топлива, эта теплота вычисляется по уравнению:

$$Q = q \cdot m\,, \tag{9.3}$$

где q – удельная теплота сгорания топлива; m – масса топлива;

г) тепловая энергия выделяется при совершении работы силами трения.

Если несколько термодинамических систем с разными температурами привести в тепловой контакт, то начнется теплообмен между этими системами. Теплообмен будет продолжаться до тех пор, пока температуры всех систем не сравняются. Расчет процессов теплообмена производится по *уравнению теплового баланса*: В теплоизолированной системе количество выделившейся тепловой энергии равно количеству поглощенной тепловой энергии. Это условие соблюдается, если в системе не совершается работы:

$$\sum Q_{\text{выд}} = \sum Q_{\text{погл}}\,, \tag{9.4}$$

где $\sum Q_{\text{выд}}$ – количество выделенной теплоты; $\sum Q_{\text{погл}}$ – количество поглощенной теплоты.

При решении задач на уравнение теплового баланса полезно составлять вышеприведенную таблицу. Таблицы нужно составлять для процессов, в которых теплота выделяется, и для процессов, в которых теплота поглощается.

Выделившаяся теплота, вычисленная по формуле (6.12), имеет отрицательное значение. В уравнение теплового баланса (9.3) необходимо подставлять модуль полученного значения выделившейся теплоты.

Пример 9.2. В теплоизолированном сосуде содержится смесь воды m_1 = 500 г и льда m_2 = 50 г при температуре t_1 = 0 °С. В сосуд вводится сухой насыщенный пар массой m_3 = 10 г при температуре t_2 = 100 °С. Какой будет температура t_x после установления теплового равновесия? Удельная теплота парообразования воды r = 2,3 МДж/кг, удельная теплота плавления льда λ = 0,33 МДж/кг, удельная теплоемкость воды c = 4,2 кДж/(кг · К).

Дано: m_1 = 500 г, m_2 = 50г, t_1 = 0 °C, m_3 = 10 г, t_2 = = 100 °C, r = 2,3 МДж/кг, λ = 0,33 МДж/кг, c = = 4,2 кДж/(кг · К).

Решение. В задаче даны три термодинамические системы – вода при 0 °C, лед при 0 °C и пар при 100 °C. Следовательно, теплота будет переходить от более нагретого пара к менее нагретым воде и льду. Теплота выделяется при конденсации водяного пара и охлаждении воды, образованной из пара, которая поглощается смесью воды и льда. Вычислим тепловую энергию, выделяющуюся при конденсации пара и охлаждении воды, полученной из пара, от 100 °C до установившейся температуры t_x. Для этого заполним таблицы для выделившейся и поглощенной теплоты:

Выделившаяся теплота

Процесс	Количество теплоты	Результат процесса
1. Конденсация пара	$Q_1 = m_3 \cdot r =$ $= 10 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}3 \cdot 10^6 =$ $= 23000$ Дж	Вода массой m_3 при 100 °C
2. Охлаждение воды, полученной из пара от 100 °C до t_x, °C	$Q_2 = m_3 \cdot c \cdot \lvert\Delta T\rvert =$ $= 10 \cdot 10^{-3} \cdot 4{,}2 \cdot 10^3 \cdot (100 - t_x) =$ $= (4200 - 42\ t_x)$ Дж	Вода массой m_3 при t_x °C

Поглощенная теплота

Процесс	Количество теплоты	Результат процесса
1. Плавление льда	$Q_3 = m_2 \cdot \lambda =$ $= 50 \cdot 10^{-3} \cdot 330 \cdot 10^3 =$ $= 16500$ Дж	Вода массой m_2 при 0 °C
2. Нагрев воды массой m_1 и воды массой m_2 полученной из льда от 0 °C до t_x, °C	$Q_4 = (m_1 + m_2) \cdot c\ \cdot \Delta T =$ $= 550 \cdot 10^{-3}\ \cdot 4{,}2 \cdot 10^3 \cdot t_x =$ $= (2310 \cdot t_x)$ Дж	Вода массой $m_1 +$ $+ m_2$ при температуре t_x °C

Из уравнения теплового баланса следует:

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4$$

или

$$23000 + 4200 - 42\ t_x = 16500 + 2310 \cdot t_x.$$

Из этого уравнения найдем неизвестную температуру t_x:

$$t_x = 2{,}7\ °C.$$

Пример 9.3. Во льду сделана лунка объемом V_0 = = 100 см^3. В эту лунку налили $m_с$ = 1 кг расплавленного свинца при температуре плавления t_1 = 327 °C. Найти объем лунки V, свободной от воды и свинца, после установления теплового равновесия. Температура льда 0 °C.

Дано: V_0 = 100 см^3 = 10^{-4} м^3, $m_с$ = 1 кг, t_1 = 327 °C, t = 0 °C. V = ?

Решение. В данной задаче тепловую энергию отдает свинец в двух процессах: кристаллизации и охлаждении.

Заполним таблицу для выделившейся теплоты:

Выделившаяся теплота

Процесс	Количество теплоты	Результат процесса
Кристаллизация свинца	$Q_1 = m_с \cdot \lambda$	Твердый свинец при 327 °C
Охлаждение свинца от 327 до 0 °C	$Q_2 = m_с \cdot c_{св} \cdot \lvert\Delta T\rvert$	Твердый свинец при 0 °C

Эта теплота (Q_1 + Q_2) израсходовалась на теплоту перехода воды из твердого состояния массой $m_л$ в жидкое – $Q_3 = m_л\lambda_л$. Составляем уравнение теплового баланса: $m(\lambda_с + c_с\Delta T) = m_л\lambda_л$ Из этого уравнения найдем массу расплавленного льда $m_л$: $m_л = \dfrac{24 + 0{,}13}{330} = 0{,}073\,кг$. Объемы свинца $V_с$, расплавленного льда $V_л$ и воды, полученной изо льда $V_в$, найдем, используя понятие плотности вещества:

$$V_с = \frac{m_с}{\rho_с} = 88{,}5\ см^3; \quad V_л = \frac{m_л}{\rho_л} = 81\ см^3; \quad V_в = \frac{m_в}{\rho_в} = 73\ см^3.$$

Для того чтобы найти объем лунки, свободной от воды и свинца, надо вычислить следующую разность: объем лунки и расплавленного льда $(V_0 + V_л)$ минус объем свинца и воды, полученной изо льда, $(V_с + V_в)$:

$$V = (V_0 + V_л) - (V_с + V_в) = 181 - 88,5 - 73 = 27 \text{ см}^3.$$

Пример 9.4. С какой минимальной скоростью должны лететь навстречу друг другу две одинаковые льдинки, чтобы при ударе полностью расплавиться? Температура каждой льдинки перед ударом $t_1 = -10$ °C.

Решение. До удара каждая льдинка имела одинаковую кинетическую энергию, равную $mv^2/2$. Этой энергии должно хватить на то, чтобы их нагреть до температуры плавления и затем расплавить. Энергия, необходимая для нагревания льда, определяется по выражению (6.12), а энергия, необходимая для перехода в жидкое состояние определяется по (9.1). Отсюда имеем: $2\dfrac{mV^2}{2} = 2mc_{уд}\Delta T + 2m\lambda$, или

$$V = \sqrt{2(c_{уд}\Delta T + \lambda)} = \sqrt{2(2,1\cdot 10^3 \cdot 10 + 330\cdot 10^3)} \cong 815 \text{ м/с}.$$

Пример 9.5. Двигатель мотороллера «Вятка» развивает мощность N = 3,31 кВт при скорости v = 58 км/ч. Какой путь пройдет мотороллер, если у него в бензобаке m = = 2,24 кг бензина? КПД двигателя η = 20%.

Дано: N = 3,31 кВт = $3{,}31\cdot 10^3$ Вт, v = 58 км/ч = 16,1 м/с, m = 2,24 кг, η = 20%. S = ?

Решение. Количество тепловой энергии Q, полученной при сгорании бензина, вычислим, используя понятие удельной теплоты сгорания топлива $\lambda_{сг}$:

$$Q = m\lambda_{сг} = 2,24\cdot 46\cdot 10^6 = 103\cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Количество полезной работы, полученной из тепловой энергии, вычислим, используя понятие КПД:

$$A = Q\eta = 20,6\cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Зная мощность двигателя N, можно вычислить время t, в течение которого будет работать двигатель:

$$t = \frac{A}{N} = 6223 \text{ с} = 1{,}73 \text{ ч}.$$

Следовательно, путь S, пройденный мотороллером за время t, будет равен: $S = v \cdot t \cong 100$ км.

Задачи

9.1^A. Кубики, изготовленные из алюминия и серебра, массой m = 1 кг каждый, охлаждают на Δt = 1 °С. На сколько изменится внутренняя энергия каждого кубика?

Ответ. $\Delta U_{\text{Al}} = -900$ Дж, $\Delta U_{\text{Ag}} = -230$ Дж.

9.2^A. Нагретый камень массой m = 5 кг, охлаждаясь в воде на Δt = 1 °С, передает ей Q =2,1 кДж тепла. Чему равны теплоемкость камня и удельная теплоемкость?

Ответ. $C_{\text{кам}} = \frac{Q}{\Delta t} = 2{,}1$ кДж/К; $c = \frac{Q}{m\Delta t} = 420$ Дж/(кг · К).

9.3^A. Кусок льда массой m = 0,8 кг нагревают от t_1= = −20 °С до t_2 = 0 °С. При этом затрачено количество теплоты Q = 33,6 кДж. Определить теплоемкость куска льда в этом процессе и удельную теплоемкость льда, если плавления не происходит.

Ответ.

$$C = \frac{Q}{t_2 - t_1} = 1{,}68 \text{ кДж/К}; \; c = \frac{Q}{m(t_2 - t_1)} = 2{,}1 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

9.4^A. Во сколько раз больше энергии требуется для плавления льда при температуре 0 °С, чем для нагревания льда той же массы на Δt = 1 °С?

Ответ. $n = \frac{\lambda}{c\Delta t} = 159$.

9.5^B. Сколько теплоты уходит на приготовление воды из льда, масса которого m = 10 кг? Лед взят при температуре t_1 = −20 °С, а температура воды должна быть t_2 = 15 °С.

Ответ. $Q = m\left[c_{\text{л}}(t_{\text{пл}} - t_1) + \lambda + c_{\text{в}}(t_2 - t_{\text{пл}})\right] \approx 4360$ Дж.

9.6^C. В герметически закрытом сосуде в воде плавает кусок льда массой m_1, в который вмерзла дробинка массой

m_2. Какое количество тепла надо затратить, чтобы кусок льда с дробинкой начал тонуть? Температура воды в сосуде равна 0 °C.

Указание: лед с дробинкой начнет тонуть, если сила Архимеда станет меньше его силы тяжести.

Ответ. $Q = \lambda\left(m_1 - \dfrac{m_2\rho_л}{\rho_в - \rho_л}\right) = 18{,}15\cdot 10^9$ Дж.

9.7^A. Какое количество теплоты выделяется при конденсации водяного пара массой m = 2,5 кг, взятого при температуре кипения?

Отв. $Q = rm = 5{,}63$ МДж

9.8^A. Какое количество теплоты необходимо для нагревания воды, масса которой m_1 = 10 кг, от t_1 = 5 °C до t_2 = = 100 °C, и превращения в пар ее части m_2 = 0,4 кг?

Ответ. $Q = cm_1(t_2 - t_1) + rm_2 = 4{,}78$ МДж.

9.9^A. На сколько градусов можно нагреть воду массой m_1 = 11 кг при сжигании керосина массой m_2 = 20 г, если считать, что теплота, выделившаяся при сгорании, целиком пошла на нагревание воды?

Ответ. $\Delta t = \dfrac{qm_2}{cm_1} \approx 20$ °C.

9.10^B. Самолет израсходовал m = 5 т бензина за t = 8 ч полета. Определить мощность двигателей самолета, если их КПД η = 40%.

Ответ. $N = \dfrac{\eta qM}{t} = 3{,}3$ МВт.

9.11^B. В воду объемом V = 20 л, находящуюся при температуре t_1 = 27 °C, влили некоторое количество кипятка, в результате чего установилась температура воды t_2 = 60 °C. Определить объем добавленного кипятка.

Ответ. $V_к = V\dfrac{t_2 - t_1}{t_к - t_2}$.

9.12^B. Сколько нужно килограммов льда, чтобы охладить воду в ванне от t_1 = 17 °С до t_2 = 7 °С? Объем воды – 100 л. Температура льда 0 °С.

Ответ. $m_л = \dfrac{\rho V c(t_1 - t_2)}{ct_2 + \lambda} = 11{,}7\,кг$.

9.13^C. В калориметр, содержащий 100 г льда при 0 °С, впущено 100 г пара при температуре 100 °С. Какая температура установится в калориметре? Какова масса полученной воды?

Ответ. t = 100 °С; m = 133 г.

9.14^C. Теплоизолированный сосуд содержит смесь, состоящую изо льда и воды массами m_1 = 2 кг и m_2 = 10 кг соответственно при общей температуре t_1 = 0 °С. В сосуд подают водяной пар при температуре t_2 = 100 °С. Какая масса воды окажется в сосуде в тот момент, когда ее температура будет t_3 = 80 °С?

Ответ. $m = m_1 + m_2 + \dfrac{m_1\lambda + c(m_1 + m_2)(t_3 - t_1)}{r + c(t_2 - t_3)} = 14\,кг$.

9.15^C. Чистую воду можно охладить до t = –10 °С. Какая часть воды превратится в лед, если начнется кристаллизация? Теплообмен происходит только между льдом и водой.

Указание: теплота, полученная при кристаллизации, расходуется на нагревание воды.

Ответ. $\dfrac{m_л}{m_в} = \dfrac{c_в(0 - t)}{\lambda} = 0{,}125$.

9.16^C. Для измерения температуры воды, имеющей массу m_1 = 66 г, в нее погрузили термометр, который показал t_1 = 32,4 °С. Какова действительная температура t_x воды, если теплоемкость термометра C = 1,9 Дж/К и перед погружением в воду он показывал температуру помещения t_2 = 17,8 °С?

Ответ. $t_x = \dfrac{c(t_1 - t_2)}{m_1 c_1} + t_1 = 32{,}5\,°C$.

9.17^C. В сосуд, содержавший m_1 = 10 кг воды при температуре t_x = 10 °С, положили кусок льда, охлажденный до

$t_2 = -50$ °C, после чего температура образовавшейся ледяной массы оказалась равной $\theta = -4$ °C. Какое количество m_2 льда было положено в сосуд? Удельные теплоемкости воды $c_1 = 4{,}2 =$ кДж/(кг · K), льда $c_2 = 2{,}1$ кДж/(кг·K) и теплота плавления льда $\lambda = 0{,}33$ МДж/кг·K.

Ответ. 40 кг.

9.18^C. Кусок свинца массой $m = 1$ кг расплавился наполовину при сообщении ему количества теплоты $Q = 54{,}5 \cdot 10^3$ Дж. Какова была начальная температура T_0 свинца? Удельная теплота плавления свинца $\lambda = 2{,}4 \cdot 10^4$ Дж/кг, его удельная теплоемкость $c = 130$ Дж/(кг · K) и температура плавления $T_1 = 600$ K.

Ответ. 273 K.

9.19^C. Под колоколом воздушного насоса находится вода, масса которой $m_1 = 40$ г, а температура $t = 0$ °C. Воздух из-под колокола быстро откачивают. Благодаря интенсивному испарению части воды вся остальная вода замерзает. Определить массу m образовавшегося льда, если его температура также $t = 0$ °C. Удельная теплота испарения воды при 0 °C $r = 2{,}3$ МДж/кг, удельная теплота плавления льда $\lambda = 0{,}33$ МДж/кг.

Ответ. $m = \dfrac{m_1\lambda}{\lambda + r} = 35$ г.

9.20^C. В литр воды при 20 °C брошен комок мокрого снега массы 250 г. Когда весь снег растаял, то общая температура стала равной 5 °C. Определить количество воды в комке снега. Удельная теплота плавления снега $3{,}34 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Ответ. 78 г.

9.21^C. Железный шарик радиусом R, нагретый до температуры t, положили на лед, температура которого 0 °C. На какую глубину шарик погрузится в лед? Теплопроводностью льда и нагревом образовавшейся воды пренебречь.

Ответ. $h = \dfrac{R(4\rho_{\text{в}}ct + \rho_{\text{л}}\lambda)}{3\rho_{\text{л}}\lambda}$.

§ 10. Тепловое расширение твердых тел

При увеличении температуры t твердого тела среднее расстояние r_0 между молекулами, из которых оно состоит, как правило, увеличивается. Исключение составляют такие вещества, как лед (H_2O), чугун и некоторые др.

Это приводит к тому, что геометрические размеры тел также увеличиваются. Будем считать, что увеличение размеров тела по любым трем взаимно перпендикулярным направлениям происходит одинаково. В этом случае говорят, что вещество *изотропно* по своим свойствам во всех направлениях.

Таким образом, любой линейный размер l тела увеличивается с ростом температуры.

Нет простой зависимости размера l от температуры во всем диапазоне изменения температуры. Однако для достаточно узкого диапазона (в 50 − 100 °С) можно написать приближенную зависимость $l = f(t)$:

$$l(t) = l_0\,(1 + \alpha\Delta t), \qquad (10.1)$$

где $l(t)$ − размер тела при температуре t; l_0 − размер тела при температуре t_0; $\Delta t = t - t_0$ − разность температур; α − коэффициент линейного расширения.

Расширение твердого тела приводит к увеличению его объема. Допустим, что тело представляет собой при температуре t_0 параллелепипед со сторонами l_{01}, l_{02} и l_{03} и объемом $V_0 = l_{01} \cdot l_{02} \cdot l_{03}$. Тогда при температуре t объем параллелепипеда станет равен

$$V(t) = l_1(t) \cdot l_2(t) \cdot l_3(t) = l_{01} \cdot l_{02} \cdot l_{03}\,(1 + \alpha\Delta t)^3 =$$
$$= V_0(1 + 3\alpha\Delta t + 3\,(\alpha\Delta t)^2 + (\alpha\Delta t)^3).$$

Если $\alpha\Delta t << 1$, что выполняется при нагреве твердых тел, то

$$V(t) \cong V_0(1 + 3\alpha\Delta t) = V_0(1 + \beta\Delta t), \qquad (10.2)$$

где $\beta = 3\alpha$ − коэффициент объемного расширения.

Примеры

Пример 10.1. В центре стального диска имеется отверстие, диаметр которого d_0 = 4,99 мм при температуре t_0 = = 0 °С. До какой температуры следует нагреть диск, чтобы в отверстие проходил шарик диаметром D = 5,0 мм?

Дано: d_0 = 4,99 мм, t_0 = 0 °С, D = 5,0 мм; t = ?

Решение. При нагревании твердого тела увеличиваются расстояния между любыми двумя его точками. Расширение происходит по закону (10.1). В частности, диаметр отверстия также должен увеличиваться. Отсюда

$$D = d(1 + \alpha(t - t_0)), \quad \text{или} \quad t = \frac{D - d}{\alpha d} = 182 \ ^\circ\text{C}$$

Пример 10.2. Стальная и бронзовая пластинки толщиной h = 0,2 мм каждая склепаны на концах так, что при температуре T_0 = 273 К образуют плоскую биметаллическую пластинку. Каков будет радиус изгиба R этой биметаллической пластинки при температуре T = 373 К?

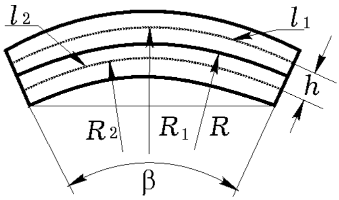


Рис. 10.1

Решение. При нагревании каждая из пластинок изменит свою длину.

Длина бронзовой пластинки станет равной:

$$l_1 = l_0(1 + \alpha_1 \Delta T).$$

Длина стальной пластинки – $l_2 = l_0(1 + \alpha_2 \Delta T)$.

Длину каждой пластинки можно выразить через радиусы кривизны (изгиба) R_1 и R_2 поверхностей пластинок:

$$l_1 = \beta \cdot R_1; \quad l_2 = \beta \cdot R_2,$$

где β – угол изгиба пластинки (рис. 10.1).

Отсюда следует отношение: $\dfrac{l_1}{l_2} = \dfrac{R_2}{R_1} = \dfrac{(1 + \alpha_1 \Delta T)}{(1 + \alpha_2 \Delta T)}$.

Из рисунка видно, что $R_1 - R_2 = h$. Средний радиус изгиба пластинки равен: $R = (R_2 + R_1)/2$.

Разделим эти два уравнения друг на друга:

$$\frac{R}{h} = \frac{R_1 + R_2}{2(R_1 - R_2)} = \frac{1 + R_2/R_1}{2(1 - R_2/R_1)}.$$

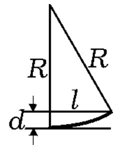


Рис. 10.2

Окончательно получим:

$$R = \frac{h(2 + \Delta T(\alpha_1 + \alpha_2)}{2\Delta T(\alpha_1 - \alpha_2)} \cong \frac{h}{\Delta T(\alpha_1 - \alpha_2)} = 20\,\text{см}.$$

Из полученного выражения видно, что чем больше нагревается биметаллическая пластинка, тем больше она изгибается. Это свойство биметаллических пластинок широко используется в реле – устройствах, которые разрывают цепь электропитания при нагревании пластинки до определенной температуры.

Докажите самостоятельно с помощью рисунка, что стрела прогиба d связана с длиной пластинки l и ее радиусом кривизны R соотношением (рис. 10.2):

$$d = \frac{l^2}{2R} = \frac{l^2 \Delta T(\alpha_1 - \alpha_2)}{2h}.$$

Это соотношение справедливо при $d << l$.

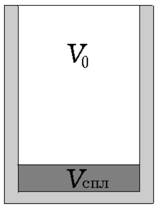


Рис. 10.3

Пример 10.3. При наблюдении теплового расширения жидкостей, чтобы исключить влияние изменения объема стеклянного сосуда во время нагревания, сосуд объемом V_0 заполняется сплавом объемом $V_{спл}$ (рис. 10.3). Коэффициент объемного расширения сплава $\beta_{спл} = 8 \cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$, стекла – $\beta_0 = 3 \cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$. Какая часть объема сосуда $\eta = \dfrac{V_{спл}}{V_0}$ должна быть заполнена сплавом, чтобы тепловое расширение сосуда было полностью скомпенсировано?

Дано: $\beta_{спл} = 8 \cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$, $\beta_0 = 3 \cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$; $\eta = ?$

Решение. При изменении температуры также изменяются и объем сосуда V_0, и объем сплава $V_{спл}$. Эти изменения должны компенсировать друг друга: $\Delta V_0 = \Delta V_{спл}$. Следовательно, $V_0\beta_0 \Delta t = V_{спл}\, \beta_{спл} \Delta t$. Отсюда

$$\eta = \frac{V_{спл}}{V_0} = \frac{\beta_{спл}}{\beta_0} = \frac{3}{8} = 0,375.$$

Задачи

10.1^{A}. Два бруска равного объема из одного и того же материала, имеющие разную температуру, прикладывают друг к другу. Теплообмен с окружающими телами отсутствует. Как изменятся общий объем и общая длина брусков после теплообмена между собой?

Ответ. Общий объем брусков не изменится, а общая длина увеличится, если более холодный брусок имеет меньшую площадь сечения, параллельную площади соприкосновения. Общая длина уменьшится, если более холодный брусок имеет большую площадь сечения, параллельную площади соприкосновения.

10.2^{B}. Две линейки (одна – медная, другая – железная) наложены одна на другую так, что с одной стороны их концы совпадают. Определить их длины при 0 °С, зная, что разность их длин составляет l при всякой температуре.

Ответ. $l_{0м} = \dfrac{l\alpha_ж}{\alpha_м - \alpha_ж} \approx 1,8l$; $l_{0ж} = l + l_{0м} = 2,8\ l$.

10.3^{B}. Определить площадь латунной пластинки при температуре t_2 = 100 °С, если при температуре t_1 = 10 °С она равна S_1 = 120 см^2.

Ответ. $S_2 = \dfrac{S_1(1+2\alpha t_2)}{1+2\alpha t_1} = 120,46\,см^2$.

10.4^{B}. Алюминиевый диск при нагревании увеличил свой объем на ΔV = 4,6 см^3. Какое количество теплоты при этом было затрачено, если начальная температура диска 0 °С?

Ответ. $Q = \dfrac{c\rho\Delta V}{3\alpha} = 162,7\,кДж$.

10.5^{B}. Некоторый объем керосина при температуре t_0 = = 0 °С имеет массу m_0 = 1,6 кг. Такой же объем керосина при температуре t_1= 60 °С имеет массу m = 1,5 кг. Определить коэффициент объемного расширения керосина.

Указание: при нагревании изменяется плотность керосина.

Ответ. $\beta = \dfrac{m_0 - m}{mt} = 0{,}11\,\text{К}^{-1}$.

Рекомендуемая литература

1. *Тарасов Л.В.* Мир, построенный на вероятности. М.: Просвещение, 1984.

2. *Тарасов Л.В.* Готовимся к экзамену по физике. М.: Оникс, 2007.

3. *Смородинский Я.А.* Температура. Библиотечка «Квант». М.: Наука, 1987.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

НИЯУ МИФИ – один из ПЕРВЫХ российских университетов, которому присвоен статус Национального исследовательского университета.

НИЯУ МИФИ готовит инженеров исследователей для перспективных направлений: физики и математики; информатики и информатики и информационной безопасности; микро- и наноэлектроники; материаловедения и биологии; управления и экономики; международного и научно-технологического сотрудничества и др.

Адрес г. Москва: 115409, г. Москва, Каширское ш., д.31

Приемная комиссия	(495)324 84 17
Подготовительные курсы	(495) 324 60 40
Центр повышения квалификации работников образования	(495)324 05 08

ФАКУЛЬТЕТЫ г. Москва:

Экспериментальная и теоретическая физика	(495)324 84 40
Физико-технический факультет	(495)324 84 41
Автоматика и электроника	(495)324 84 42
Кибернетика	(495)324 84 46
Информационная безопасность	(495)324 84 00
Управление и экономика высоких технологий	(495)323 90 62

Региональные подразделения НИЯУ МИФИ (вузы):

г. Лесной (Свердловская обл.) (34342)438 45;
г. Новоуральск (Свердловская обл.) (34370) 93759;
г. Обнинск (Калужская обл.) (48439) 70131;
г. Озерск, Челябинская обл.(35130) 66956,
г. Саров (Нижегородская обл.) (83130) 39258;
г. Северск (Томская обл.) (3823) 780223,
г. Снежинск (Челябинская обл.) (35146) 32849,
г. Трехгорный (Челябинская обл.) (35191) 61558

www.mephi.ru