

**Заключительный тур Отраслевой физико-математической олимпиады  
школьников «Росатом».**  
**Физика. 11 класс (Москва, Балаково, Дмитровград, Липецк, Нижний Новгород,  
Новоуральск, Волгодонск, Байконур)**

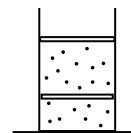
1. Две машины выехали одновременно навстречу друг другу из городов А и В. Машины встретились на расстоянии  $l$  от А, затем доехали до городов В и А, развернулись и поехали назад. Вторая встреча машин произошла на расстоянии  $3l/4$  от города В. Найти расстояние АВ. Скорости машин постоянны.

2. Тело движется вдоль оси  $x$  из точки с нулевой координатой так, что проекция его скорости на ось  $x$  зависит от координаты  $x$  по закону  $v_x = \alpha\sqrt{x}$ , где  $\alpha$  - известная постоянная. Через какое время после начала движения тело будет иметь координату  $x_0$ ?

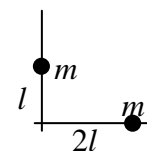
3. Два металлических одинаковых полушара радиуса  $R$  расположены так, что между ними имеется очень небольшой зазор. Полушары заряжают зарядами  $-Q$  и  $3Q$  ( $Q > 0$ ). Найти напряженность электрического поля в зазоре между полушарами.



4. Цилиндрический сосуд закрыт двумя массивными одинаковыми подвижными поршнями. Газа между поршнями нет. Из-за неплотных контактов между стенками и нижним поршнем газ медленно просачивается в пространство между поршнями. Известно, что когда нижний поршень оказался на высоте  $h$  от дна сосуда, верхний был на расстоянии  $2h$  от нижнего. На какой высоте от дна будет верхний поршень, когда нижний поршень окажется на дне? Температура постоянна. Контакты между верхним поршнем и стенками – плотные, трения нет. Атмосферным давлением пренебречь.



5. Два точечных тела с массами  $m$  могут скользить по жестким спицам, расположенным под прямым углом друг к другу. Тела притягиваются с силой  $F$ , величина которой не зависит от расстояния между ними. В начальный момент тела, которые удерживали на расстояниях  $l$  и  $2l$  от точки пересечения спиц, отпускают. Какое из них первым окажется в точке пересечения спиц? Найти время его движения до этой точки. Силой тяжести и трением пренебречь.



### Решения

1. Пусть расстояние АВ равно  $x$ . Тогда, очевидно, что сумма расстояний, пройденных машинами до первой встречи, равно  $x$ , а до второй встречи -  $3x$ . Действительно, до второй встречи каждая машина доедет до второго города (в сумме  $2x$ ), и проедет расстояние от него до места встречи другой машиной. Поэтому, с одной стороны, машина, выехавшая из города А, пройдет до второй встречи расстояние  $3l$ , с другой это расстояние равно расстоянию между городами плюс расстоянию от города В до точки второй встречи. Отсюда

$$3l = x + \frac{3l}{4}$$

или

$$x = \frac{9l}{4}$$

2. Найдем ускорение тела как функцию координаты. Для этого продифференцируем функцию  $v_x = \alpha\sqrt{x}$  по времени:

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{\alpha}{2\sqrt{x}} \frac{dx}{dt} = \frac{\alpha}{2\sqrt{x}} v_x = \frac{\alpha^2}{2v_x} v_x = \frac{\alpha^2}{2}$$

Отсюда видим, что движение тела равноускоренное, с нулевой начальной скоростью из точки с координатой  $x = 0$  и с ускорением

$$a = \frac{\alpha^2}{2}.$$

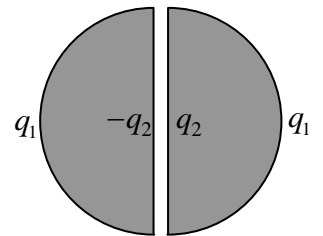
Поэтому зависимость координаты тела от времени имеет вид

$$x = \frac{\alpha^2 t^2}{4},$$

Откуда находим искомое время

$$t = \frac{2\sqrt{x_0}}{\alpha}.$$

3. Заряды распределяться по поверхности полушаров так, чтобы поле внутри них было равным нулю. Для этого (а) на сферических поверхностях должны разместиться одинаковые заряды, (б) на поверхностях плоских поверхностях разместиться одинаковым по величине и противоположным по знакам зарядами (см. рисунок). Из закона сохранения заряда, получаем для зарядов  $q_1$  и  $q_2$



$$\begin{cases} q_1 - q_2 = -Q \\ q_1 + q_2 = 3Q \end{cases}$$

Откуда находим

$$q_1 = Q, \quad q_2 = 2Q$$

Поле в зазоре находим как поле двух плоскостей, заряженных равными по величине и противоположными по знаку зарядами

$$E = \frac{q_2}{S\epsilon_0} = \frac{2Q}{\pi R^2 \epsilon_0}$$

Направлено поле в зазоре справа налево.

4. Пусть масса каждого поршня  $m$ , площадь сечения сосуда  $S$ . Тогда условия равновесия поршней в любой момент времени дают

$$p_e = \frac{mg}{S}$$

$$p_n - p_e = \frac{mg}{S} \Rightarrow p_n = \frac{2mg}{S}$$

Поэтому закон Клапейрона-Менделеева для газов между поршнями и под нижним поршнем имеет вид

$$p_e 2hS = \nu_1 RT \Rightarrow 2mgh = \nu_1 RT$$

$$p_n hS = \nu_2 RT \Rightarrow 2mgh = \nu_2 RT$$

где  $\nu_1$  и  $\nu_2$  - количество вещества газа между поршнями и под нижним поршнем соответственно.

Складывая эти уравнения, получим

$$4mgh = \nu RT$$

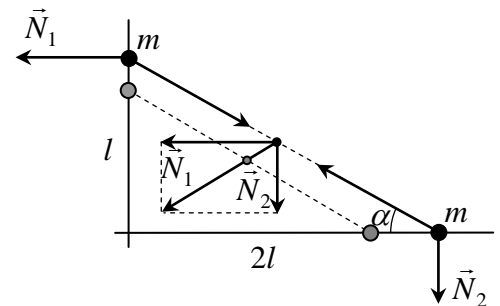
где  $\nu$  - количество вещества газа в сосуде. С другой стороны, когда нижний поршень будет лежать на дне, условие равновесия верхнего поршня даст

$$mgH = \nu RT$$

где  $H$  - высота верхнего поршня над дном сосуда (толщиной поршня пренебрегаем). Отсюда получаем

$$H = 4h$$

5. Внешними для системы двух шариков силами являются силы реакции стержней -  $\vec{N}_1$  и  $\vec{N}_2$ , которые находятся из условия нулевых проекций ускорения шариков на направления, перпендикулярные стержням. В начальный момент, когда отрезок, соединяющий шарики, составляет угол  $\alpha = \arctg(1/2)$  с горизонтальным стержнем, эти силы равны



$$N_1 = F \cos \alpha, \quad N_2 = F \sin \alpha$$

Центр масс системы (находится посередине между шариками) движется так, как будто в нем сосредоточена вся масса системы ( $2m$ ), и на него действует суммарная внешняя сила ( $\vec{N}_1 + \vec{N}_2$ ). Геометрически очевидно, что в начальный момент эта сила направлена в точку пересечения стержней. Это значит, что за некоторый малый интервал времени шарики переместятся так, что их центр масс переместится точно в направлении точки пересечения стержней. А это значит что перемещения шариков за этот интервал будут такими, что соединяющий их отрезок будет все время оставаться параллельным самому себе, и центр масс все время будет двигаться вдоль прямой, соединяющей его начальное положение и точку пересечения стержней. А это значит, что шарики попадут в это точку одновременно. Время движения шариков можно найти так. Так как отрезок, соединяющий шарики все время остается параллельным самому себе, то проекция силы взаи-

модействия шариков на направление стержней не меняется. Поэтому движение шариков равноускоренное. Применяя закон равноускоренного движения, например, к нижнему шарiku, получим

$$2l = \frac{at^2}{2}$$

где

$$a = \frac{F \cos \alpha}{m} = \frac{2F}{\sqrt{5}m}$$

ускорение нижнего шарика. Отсюда находим

$$t = \sqrt{\frac{2\sqrt{5}lm}{F}}$$