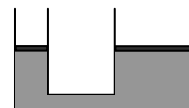


Олимпиадное задание заключительного тура конкурса Юниор-2014

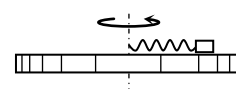
для школьников 9 класса

1. Два сообщающихся сосуда имеют форму цилиндров с площадью сечений S и $4S$. В сосуды налита жидкость, поверхности которой закрыты невесомыми поршнями (см. рисунок). Если некоторый груз положить на поршень в левом сосуде, то этот поршень опустится на величину Δh . На какую величину по сравнению с первоначальным положением опустится правый поршень, если груз снять с левого поршня и переложить на правый?

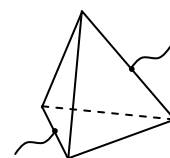


2. Тело падает на поверхность земли с высоты h . Начальная скорость тела равна нулю. Какие расстояния пройдет тело за первую, вторую, третью и четвертую четверти полного времени падения? Сопротивлением воздуха пренебречь.

3. Тело массой $m=1$ кг находится на горизонтальном диске и связано с его осью пружиной с жесткостью $k=10$ Н/м. Длина пружины в недеформированном состоянии $l_0=0,5$ м. Коэффициент трения между телом и диском $\mu=0,1$. Диск раскрутили вокруг его оси до угловой скорости $\omega=2$ с⁻¹. На каком минимальном и каком максимальном расстоянии от оси тело может вращаться вместе с диском? $g=10$ м/с².



4. Из проволоки сделали тетраэдр, все ребра которого имеют одинаковую длину и одинаковое сопротивление R . К серединам двух противоположных сторон подключают источник электрического напряжения (см. рисунок). Чему равно сопротивление тетраэдра?



Ответы и решения

1. Условие равновесия груза на левом поршне имеет вид

$$\frac{mg}{S} = \rho g(\Delta h + \Delta x) \quad (1)$$

где m - масса груза, ρ - плотность жидкости, Δx - величина подъема уровня жидкости в правом колене. Поскольку уменьшение объема жидкости в левом колене равно увеличению объема жидкости в правом, Δh и Δx связаны соотношением

$$\Delta h S = \Delta x 4S \quad (2)$$

Из (1)-(2) находим

$$\Delta h = \frac{4m}{5\rho S} \quad (3)$$

Аналогично находим, на сколько опустился правый поршень (по сравнению с начальным уровнем), если на него положить тот же груз (убрав его с левого поршня)

$$\Delta h_1 = \frac{m}{20\rho S} \quad (4)$$

Из (3)-(4) получаем для смещения правого поршня

$$\Delta h_1 = \frac{\Delta h}{16}$$

2. Из законов равноускоренного движения найдем время падения

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

а затем и расстояния пройденные телом за первую, вторую, третью и четвертую четверти полного времени падения

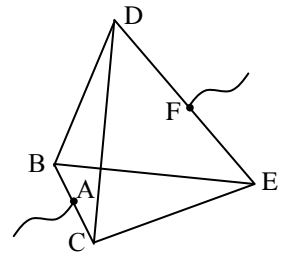
$$S_1 = \frac{g(t/4)^2}{2} = \frac{h}{16}, \quad S_2 = \frac{g(2t/4)^2}{2} - \frac{h}{16} = \frac{3h}{16}, \quad S_3 = \frac{g(3t/4)^2}{2} - \frac{4h}{16} = \frac{5h}{16}, \quad S_4 = h - \frac{9h}{16} = \frac{7h}{16}.$$

3. Очевидно, когда пружина нерастянута, тело может вращаться на поверхности диска. Действительно, из данных условия, видим, что $\omega^2 l \mu (\frac{2}{\sqrt{2}} g > \mu m (\frac{v}{\sqrt{2}})^2$, поэтому только одна сила трения не может обеспечить нужную центростремительную силу. Поэтому на минимальном расстоянии от оси и сила упругости, и сила трения направлены к оси вращения, на максимальном - сила упругости к оси вращения, сила трения – от оси. Поэтому

$$m\omega^2 r_{\min} = \mu mg + k(r_{\min} - l_0) \Rightarrow r_{\min} = \frac{kl_0 - \mu mg}{k - m\omega^2} = 0,67 \text{ м}$$

$$m\omega^2 r_{\max} = -\mu mg + k(r_{\max} - l_0) \Rightarrow r_{\max} = \frac{kl_0 + \mu mg}{k - m\omega^2} = 1 \text{ м}$$

4. Из симметрии цепи следует, что в каждом разветвлении ток делится пополам. Поэтому, если в точку А втекает ток I , сопротивление одного ребра R , то напряжения на всех проводниках, составляющих ребра тетраэдра являются следующими:



$$U_{AB} = U_{AC} = IR/4,$$

$$U_{CD} = U_{CE} = U_{BE} = U_{BD} = IR/4, \quad U_{DF} = U_{EF} = IR/4.$$

Поэтому напряжение между точками А и F равно

$$U_{AF} = U_{AB} + U_{BD} + U_{DF} = \frac{3IR}{4}$$

Отсюда находим, что сопротивление тетраэдра равно $3R/4$.