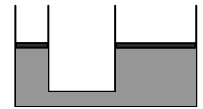


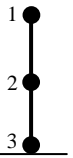
Олимпиадное задание заключительного тура конкурса Юниор-2014

для школьников 11 класса

1. Два сообщающихся сосуда имеют форму цилиндров с площадью сечений S и $4S$. В сосуды налита жидкость, поверхности которой закрыты невесомыми поршнями (см. рисунок). Если некоторый груз положить на поршень в левом сосуде, то этот поршень опустится на величину Δh . На



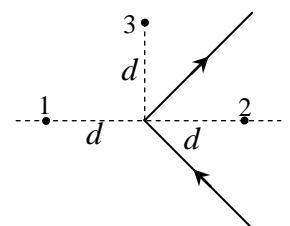
какую величину по сравнению с первоначальным положением опустится правый поршень, если груз снять с левого поршня и переложить на правый?



2. В середине и на концах невесомого стержня длины l , удерживаемого в вертикальном положении на поверхности стола, укреплены одинаковые маленькие шарики. Стержень отпускают, и он падает на поверхность стола. Найти скорости шариков в тот момент, когда стержень упадет на опору. Трение отсутствует.

3. В вертикальном цилиндрическом сосуде под массивным поршнем находится одноатомный идеальный газ при температуре T_0 , при этом поршень находится в равновесии. Температуру газа в сосуде мгновенно увеличивают в два раза. Какая температура установится в сосуде после того, как поршень перестанет двигаться? Теплоемкостью поршня и сосуда пренебречь, теплотери отсутствуют. Атмосферным давлением пренебречь.

4. Бесконечный провод, по которому течет ток I , изогнут под прямым углом. Индукция магнитного поля провода в точке 1, лежащей на продолжении биссектрисы угла, образованного проводом, на некотором расстоянии d от угла равна B_1 (см. рисунок). Индукция магнитного поля провода в точке 3,



лежащей на перпендикуляре к биссектрисе угла, образованного проводом, на том же расстоянии от угла, равна B_3 . Найти индукцию магнитного поля в точке 2, лежащей на биссектрисе угла, образованного проводом, на том же расстоянии от угла.

Ответы и решения

1. Условие равновесия груза на левом поршне имеет вид

$$\frac{mg}{S} = \rho g(\Delta h + \Delta x) \quad (1)$$

где m - масса груза, ρ - плотность жидкости, Δx - величина подъема уровня жидкости в правом колене. Поскольку уменьшение объема жидкости в левом колене равно увеличению объема жидкости в правом, Δh и Δx связаны соотношением

$$\Delta h S = \Delta x 4S \quad (2)$$

Из (1)-(2) находим

$$\Delta h = \frac{4m}{5\rho S} \quad (3)$$

Аналогично находим, на сколько опустился правый поршень (по сравнению с начальным уровнем), если на него положить тот же груз (убрав его с левого поршня)

$$\Delta h_1 = \frac{m}{20\rho S} \quad (4)$$

Из (3)-(4) получаем для смещения правого поршня

$$\Delta h_1 = \frac{\Delta h}{16}$$

2. Поскольку центр тяжести системы, который совпадает с центральным шариком, движется вертикально вниз (есть только вертикальные внешние силы), в момент падения скорости шариков 1 и 2 направлены вертикально вниз, скорость шарика 3 равна нулю. А это значит, что движение стержня в этот момент представляет вращение вокруг шарика 3. Поэтому скорость шарика 1 в два раза больше скорости шарика 2: $v_1 = 2v_2$. Поэтому из закона сохранения энергии имеем

$$mgl + mg \frac{l}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2}$$

Отсюда и условия связи скоростей находим

$$v_1 = \sqrt{\frac{12gl}{5}}, \quad v_2 = \sqrt{\frac{3gl}{5}}, \quad v_3 = 0$$

3. Из условия равновесия поршня до нагревания имеем

$$\nu RT_0 = mgh$$

где ν - количество вещества газа, m - масса поршня, h - его высота над дном сосуда. После нагревания имеем по закону сохранения энергии

$$3mgh = \frac{3}{2}mg(h+x) + mgx$$

где x - высота подъема поршня над первоначальным уровнем. Отсюда находим эту высоту

$$x = \frac{3}{5}h$$

а потом из условия равновесия поршня новую температуру газа

$$T_1 = \frac{8}{5}T_0$$

4. Очевидно, во всех трех точках магнитное поле создается двумя проводами, которые по отношению к этим точкам расположены так, как это показано либо на рис. 1а, либо



Рис. 1.

на рис. 1б (с одним и тем же расстоянием d от конца провода до всех точек).

Пусть в случае, показанном на рис. 1а, провод создает в т. О магнитное поле с индукцией $B_{(a)}$, в случае 1б – магнитное поле с индукцией $B_{(б)}$. Как видно из рисунка в условии задачи, в точке 1 поле создается двумя проводами, расположенными так, как это показано на рис. 1а, причем из правила буравчика следует, что созданные ими магнитные поля складываются. Поэтому

$$B_1 = 2B_{(a)} \quad (3)$$

В точке 3 (см. рисунок в условии) поле создается двумя проводами, один из которых расположен как на рис. 1а, второй – как на рис. 1б, причем их индукции направлены по-разному, и потому вычитаются

$$B_3 = B_{(б)} - B_{(a)} \quad (4)$$

Аналогично

$$B_2 = 2B_{(б)} \quad (5)$$

Комбинируя (3)-(5), получаем

$$B_2 = 2B_3 + B_1$$