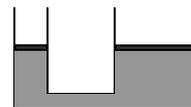


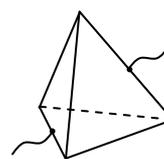
Олимпиадное задание заключительного тура конкурса Юниор-2014

для школьников 10 класса

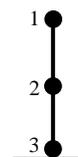
1. Два сообщающихся сосуда имеют форму цилиндров с площадью сечений S и $4S$. В сосуды налита жидкость, поверхности которой закрыты невесомыми поршнями (см. рисунок). Если некоторый груз положить на поршень в левом сосуде, то этот поршень опустится на величину Δh . На какую величину по сравнению с первоначальным положением опустится правый поршень, если груз снять с левого поршня и переложить на правый?



2. Из проволоки сделали тетраэдр, все ребра которого имеют одинаковую длину и одинаковое сопротивление R . К серединам двух противоположных сторон подключают источник электрического напряжения (см. рисунок). Чему равно сопротивление тетраэдра?



3. В середине и на концах невесомого стержня длины l , удерживаемого в вертикальном положении на поверхности стола, укреплены одинаковые маленькие шарики. Стержень отпускают, и он падает на поверхность стола. Найти скорости шариков в тот момент, когда стержень упадет на опору. Трение отсутствует.



4. В вертикальном цилиндрическом сосуде под массивным поршнем находится одноатомный идеальный газ при температуре T_0 , при этом поршень находится в равновесии. Температуру газа в сосуде мгновенно увеличивают в два раза. Какая температура установится в сосуде после того, как поршень перестанет двигаться? Теплоемкостью поршня и сосуда пренебречь, теплотери отсутствуют. Атмосферным давлением пренебречь.

Ответы и решения

1. Условие равновесия груза на левом поршне имеет вид

$$\frac{mg}{S} = \rho g(\Delta h + \Delta x) \quad (1)$$

где m - масса груза, ρ - плотность жидкости, Δx - величина подъема уровня жидкости в правом колене. Поскольку уменьшение объема жидкости в левом колене равно увеличению объема жидкости в правом, Δh и Δx связаны соотношением

$$\Delta h S = \Delta x 4S \quad (2)$$

Из (1)-(2) находим

$$\Delta h = \frac{4m}{5\rho S} \quad (3)$$

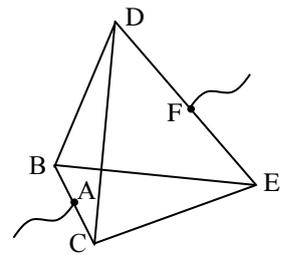
Аналогично находим, на сколько опустился правый поршень (по сравнению с начальным уровнем), если на него положить тот же груз (убрав его с левого поршня)

$$\Delta h_1 = \frac{m}{20\rho S} \quad (4)$$

Из (3)-(4) получаем для смещения правого поршня

$$\Delta h_1 = \frac{\Delta h}{16}$$

2. Из симметрии цепи следует, что в каждом разветвлении ток делится пополам. Поэтому, если в точку А втекает ток I , сопротивление одного ребра R , то напряжения на всех проводниках, составляющих ребра тетраэдра являются следующими:



$$U_{AB} = U_{AC} = IR/4,$$

$$U_{CD} = U_{CE} = U_{BE} = U_{BD} = IR/4, \quad U_{DF} = U_{EF} = IR/4.$$

Поэтому напряжение между точками А и F равно

$$U_{AF} = U_{AB} + U_{BD} + U_{DF} = \frac{3IR}{4}$$

Отсюда находим, что сопротивление тетраэдра равно $3R/4$.

3. Поскольку центральный шарик падает вниз, то в момент падения скорости шариков 1 и 2 направлены вертикально вниз, скорость шарика 3 равна нулю. А это значит, что движение стержня в этот момент представляет вращение вокруг шарика

3. Поэтому скорость шарика 1 в два раза больше скорости шарика 2: $v_1 = 2v_2$.

Поэтому из закона сохранения энергии имеем

$$mgl + mg \frac{l}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2}$$

Отсюда и условия связи скоростей находим

$$v_1 = \sqrt{\frac{12gl}{5}}, \quad v_2 = \sqrt{\frac{3gl}{5}}, \quad v_3 = 0$$

4. Из условия равновесия поршня до нагревания имеем

$$\nu RT_0 = mgh$$

где ν - количество вещества газа, m - масса поршня, h - его высота над дном сосуда. После нагревания имеем по закону сохранения энергии

$$3mgh = \frac{3}{2}mg(h+x) + mgx$$

где x - высота подъема поршня над первоначальным уровнем. Отсюда находим эту высоту

$$x = \frac{3}{5}h$$

а потом из условия равновесия поршня новую температуру газа

$$T_1 = \frac{8}{5}T_0$$